



Негосударственное частное образовательное учреждение
высшего образования
«Технический университет УГМК»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ
ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Специальность	<u>21.05.04 Горное дело</u>
Специализация	<u>Подземная разработка рудных месторождений</u>
Уровень высшего образования	<u>Специалитет</u> <i>(бакалавриат, специалитет, магистратура)</i>
Квалификация выпускника	<u>горный инженер (специалист)</u>

Автор - разработчик: Бойков И.С., ст.преподаватель
Рассмотрено на заседании кафедры разработки месторождений полезных ископаемых
Одобрено Методическим советом университета 30 июня 2021 г., протокол № 4

г. Верхняя Пышма
2021

Практическая работа - средство, позволяющее оценить умение и владение обучающегося излагать суть поставленной задачи, самостоятельно применять стандартные методы решения поставленной задачи с использованием имеющейся лабораторной базы, проводить анализ полученного результата работы.

Практическая работа № 1

Критерии оптимальности. Математическое моделирование в оптимизации.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Какая функция называется целевой?
2. Дать определение локального и глобального минимумов функции.
3. Что такое нижняя грань функции на множестве?
4. Как соотносятся точная нижняя грань и минимум функции на множестве?
5. Какая функция называется унимодальной на отрезке?
6. Сформулировать свойства унимодальных функций.
7. Какая функция называется выпуклой на отрезке?
8. Каков геометрический смысл выпуклости функции?
9. Сформулировать свойства выпуклых функций.
10. Сформулировать два необходимых и достаточных дифференциальных условия выпуклости функции.

Практическое задание:

- описать алгоритм метода дихотомии;
- описать алгоритм метода золотого сечения;
- описать алгоритм метода Фибоначчи.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций.

Практическая работа № 2

Прямые численные методы безусловной минимизации нулевого порядка: перебора, поразрядного поиска, дихотомии.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. В чём заключается классический метод минимизации функций?
2. Может ли применение методов исключения отрезков привести к неверному решению, если функция не унимодальна? Ответ пояснить рисунком.
3. Может ли оценка $\epsilon(N) = (b - a) / (N - 1)$ точности решения методом перебора нарушаться для функций, не являющихся унимодальными? Ответ пояснить рисунком.
4. Повысится ли эффективность метода поразрядного поиска, если шаг поиска последовательно уменьшать не в четыре, а в какое – либо другое число раз?
5. Указать класс функций, для которых точное определение точки минимума гарантировано в результате всего одной итерации метода Ньютона.
6. Является ли условие $f'(x^*) = 0$ достаточным для того чтобы число x^* было точкой минимума унимодальной, но невыпуклой функции $f(x)$. Ответ сопроводить рисунком.
7. Сформулировать достаточные условия сходимости метода Ньютона.
8. Какова практическая ограниченность классического метода минимизации функций?
9. Сформулируйте идею методов полиномиальной аппроксимации.
10. Зависит ли точность определения точки минимума, которую гарантируют методы дихотомии и золотого сечения в результате N вычислений $f(x)$ от конкретной функции $f(x)$?

Практическое задание:

- описать алгоритм метода дихотомии;
- описать алгоритм метода перебора;
- описать алгоритм метода поразрядного поиска.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций.

Практическая работа № 3

*Прямые численные методы безусловной минимизации нулевого порядка:
золотого сечения, парабол*

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. В методе золотого сечения пробные точки расположены на отрезке
 - a). симметрично,
 - b). не симметрично
2. В методе золотого сечения на каждой итерации требуется выбрать
 - a). одну пробную точку,
 - b). две пробные точки
3. Какой из методов имеет квадратичную сходимость
 - a). хорд,
 - b). золотого сечения,
 - c). парабол
 - d). Ньютона
 - e). половинного деления
4. Метод Ньютона и метод касательных это
 - a). разные методы,
 - b). разные наименования одного метода.

Практическое задание:

- описать алгоритм метода дихотомии;
- описать алгоритм метода золотого сечения;
- описать алгоритм метода Фибоначчи.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций

Практическая работа № 4

*Основы линейного программирования. Симплекс – метод. Симплексные таблицы.
Проблема зацикливания. Целочисленное программирование.*

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Описать алгоритм графического решения задачи линейного программирования.
2. Какую задачу линейного программирования можно решить симплекс – методом?
3. Какая задача оптимизации называется задачей линейного программирования?
4. Дать определение общей задачи линейного программирования.
5. Дать определение канонической задачи линейного программирования.

6. Описать алгоритм сведения общей задачи линейного программирования к канонической форме линейного программирования.
7. Дать определение опорного плана задачи линейного программирования.
8. Дать определение оптимального задачи линейного программирования.

Практическое задание:

- составить математическую модель данной задачи;
- решить задачу графическим методом;
- решить задачу симплекс-методом.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций

Практическая работа № 5

Транспортная задача. Методы построения первоначального плана перевозок.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Запишите математическую модель транспортной задачи.
2. Метод потенциалов разработан для
 - a). решения транспортной задачи,
 - b). решения общей задачи линейного программирования,
 - c). решения задачи целочисленного программирования,
 - d). построения первоначального плана при решении транспортной задачи.
3. Метод «северо-западного угла» разработан для
 - a). решения транспортной задачи,
 - b). решения общей задачи линейного программирования,
 - c). решения задачи целочисленного программирования,
 - d). построения первоначального плана при решении транспортной задачи.
4. Метод наименьшей стоимости разработан для
 - a). решения транспортной задачи,
 - b). решения общей задачи линейного программирования,
 - c). решения задачи целочисленного программирования,
 - d). построения первоначального плана при решении транспортной задачи.
5. В чём состоит различие между открытой и закрытой транспортными задачами?
6. Какие Вы знаете методы построения первоначального плана перевозок в транспортной задаче?
7. Как открытую транспортную задачу преобразовать к закрытой?

Практическое задание:

- составить математическую модель данной транспортной задачи;
- решить задачу методом северо-западного угла;
- решить задачу методом наименьшего элемента.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций

Практическая работа № 6

Транспортная задача. Метод потенциалов.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Сколько положительных перевозок должен содержать невырожденный опорный план в транспортной задаче и почему?

2. Как построить цикл перераспределения перевозок?
3. Каков критерий оптимальности при решении транспортной задачи методом потенциалов?
4. Как вычислить значение целевой функции транспортной задачи?

Практическое задание:

- составить опорный план транспортной задачи;
- решить транспортную задачу методом потенциалов.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций

Практическая работа № 7

Численные методы многомерной оптимизации. Методы градиентного и наискорейшего спуска, метод сопряжённых градиентов.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Что такое градиент и антиградиент функции нескольких переменных?
2. Дать определение выпуклого множества. Сформулировать его геометрический смысл.
3. Дать определение выпуклой функции. Сформулировать геометрическую интерпретацию этого свойства.
4. Дать определение выпуклой функции. Сформулировать свойство матрицы Гессе выпуклой функции.
5. Дать определение строго выпуклой функции. Сформулировать геометрическую интерпретацию этого свойства.
6. Каков геометрический смысл градиента и антиградиента?

Практическое задание:

- Вычислить и нарисовать градиенты функции $f(x) = x_1^2 - x_2^2$ в точках $(1,1)^T$, $(1,-1)^T$;
- Вычислить матрицу Гессе функции $f(x) = x_1^2 - x_2^2$;
- Найти минимум данной функции методом градиентного спуска.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций

Практическая работа № 8

Выпуклое программирование. Минимизация при ограничениях. Функция Лагранжа.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Запишите обобщённую функцию Лагранжа в задаче поиска условного экстремума функции нескольких переменных.
2. Запишите классическую функцию Лагранжа в задаче поиска условного экстремума функции нескольких переменных.
3. Когда ограничение $g_i(x) \leq 0$ называется активным в некоторой точке?
4. Когда ограничение $g_i(x) \leq 0$ называется пассивным в некоторой точке?
5. При каких условиях градиенты ограничений $g_i(x)$ ($i=1,2,\dots,m$) называются линейно зависимыми в точке?

Практическое задание:

- составить функцию Лагранжа для данной задачи;
- решить задачу методом Лагранжа.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций

Практическая работа № 9

Задача о кратчайших расстояниях. Алгоритм Дейкстры. Экстремальное дерево взвешенного графа и методы его построения.

Тип практического задания – расчетная работа.

Устные вопросы по теме практического задания:

1. Что такое граф?
2. Сформулируйте «задачу о кёнигсбергских мостах».
3. Приведите примеры задач, в которых применяются модели на основе графов.
4. Что такое «матрица смежности вершин графа»?
5. Что такое «матрица инцидентности графа»?
6. Какие графы называются изоморфными?
7. Какой граф называют деревом?

Практическое задание:

- составить математическую модель данной задачи;
- составить алгоритм решения данной задачи.

Результатом успешного выполнения практического задания считается умение студента анализировать теоретический материал из лекций