



Негосударственное частное образовательное учреждение
высшего образования
«Технический университет УГМК»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Специальность	<u>21.05.04 Горное дело</u>
Специализация	<u>Подземная разработка рудных месторождений</u>
Уровень высшего образования	<u>Специалитет</u> <i>(бакалавриат, специалитет, магистратура)</i>
Квалификация выпускника	<u>горный инженер (специалист)</u>

Автор - разработчик: Зубов В.В., канд. техн. наук, доцент

Рассмотрено на заседании кафедры механики и автоматизации технологических процессов и производств

Одобрено Методическим советом университета 30 июня 2021 г., протокол № 4

г. Верхняя Пышма
2021

Задания и методические указания к выполнению контрольной работы составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «Сопроотивление материалов».

Контрольная работа является составной частью самостоятельной работы обучающихся дисциплине. Выполнение контрольных работ имеет целью закрепление обучающимися полученных на лекциях теоретических знаний и практического опыта, приобретенного на практических занятиях, путем самостоятельной работы.

Контрольные работы по дисциплине «Сопроотивление материалов» выполняются студентами очной и заочной формы обучения после изучения материала по всему курсу.

Методические указания на выполнение контрольной работы

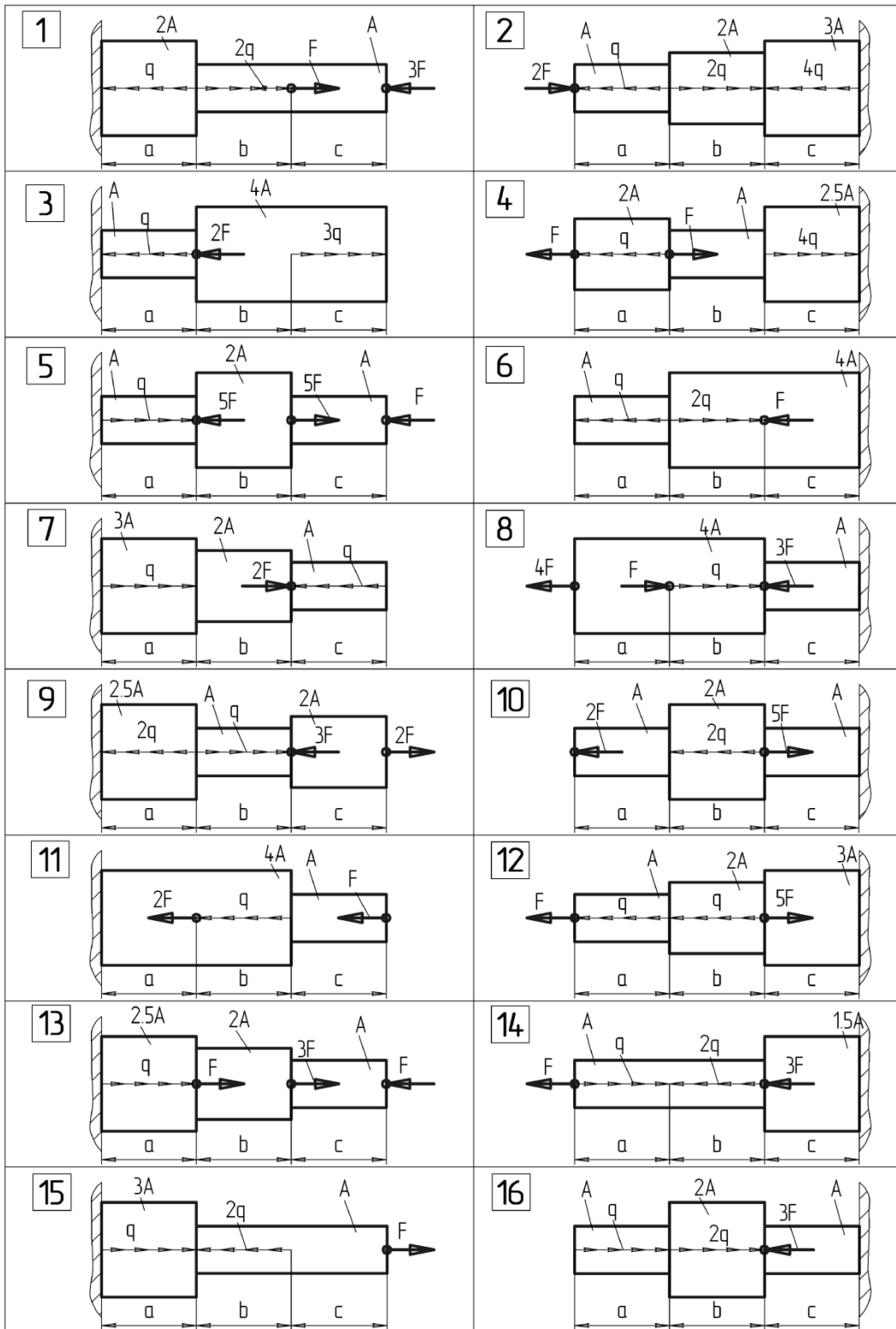
Тема: Растяжение

Тип работы: Расчетно-графическое задание.

Задание. Из условия прочности подобрать поперечное сечение стального ступенчатого стержня в виде прямоугольника с отношением сторон $b/h = 0,25$; округлить полученные в результате расчёта размеры b и h по нормальному ряду размеров. Схема нагружения стержня показана на рис.1. Вычислить напряжение в опасном сечении. Построить эпюры напряжений по высоте опасного сечения. Определить перемещение свободного сечения стержня и построить эпюру перемещений. Данные для расчетов приведены в табл. 1

Таблица 1

Данные	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F, кН	10	20	20	10	30	20	20	10	30	0
q, кН/м	10	10	20	40	30	10	30	40	30	40
M, кНм	10	30	40	30	10	30	40	30	50	20
m, кНм/м	10	10	20	20	20	10	20	20	10	30
a, м	4	3	4	2	4	4	3	5	4	6
b, м	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
c, м	3	6	4	6	3	3	4	4	2	4
[σ], МПа	160	180	200	170	190	160	170	180	190	200
[τ], МПа	80	90	100	80	90	100	80	90	100	80
E, МПа	$2 \cdot 10^5$									
G, МПа	$8 \cdot 10^4$									



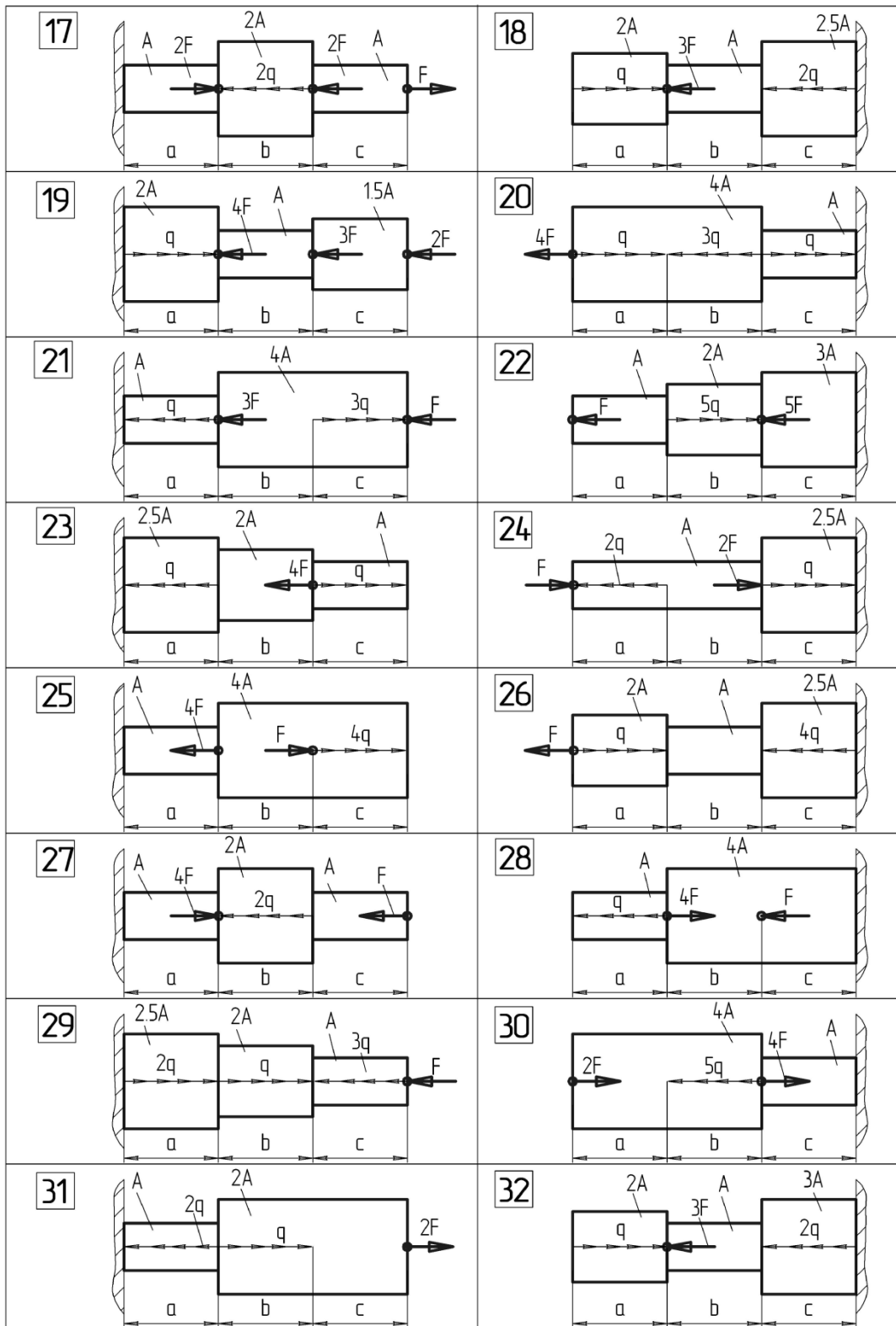


Рис. 1. Схема нагружения стержня

Пример решения задачи. Подобрать из условия прочности квадратное поперечное сечение стального ступенчатого стержня. Вычислить напряжение в опасном сечении. Построить эпюры напряжений по высоте опасного сечения и длине стержня. Определить перемещение свободного сечения стержня и построить эпюру перемещений. При

вычислениях принять $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 35$ кН; $q = 15 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$; $a = b = 2$ м; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[\sigma] = 160$ МПа.

Решение. 1. Построим эпюру внутренних силовых факторов, т.е. продольных сил N . Для этого разобьём стержень на два характерных участка, начиная от свободного конца. Для определения внутренних силовых факторов применяем метод сечений.

Проведём сечение в пределах первого характерного участка длиной a в произвольном месте и рассмотрим равновесие отсечённой правой части. Продольную силу N_1 в этом сечении найдём, проектируя на ось стержня внешние и внутренние силы, действующие на отсечённую часть стержня.

Для 1-го участка при $0 \leq z_1 \leq a$

$$N_1 = F_1 - qz_1$$

при $z_1 = 0$

$$N_1 = F_1 = 10 \text{ кН};$$

при $z_1 = a$

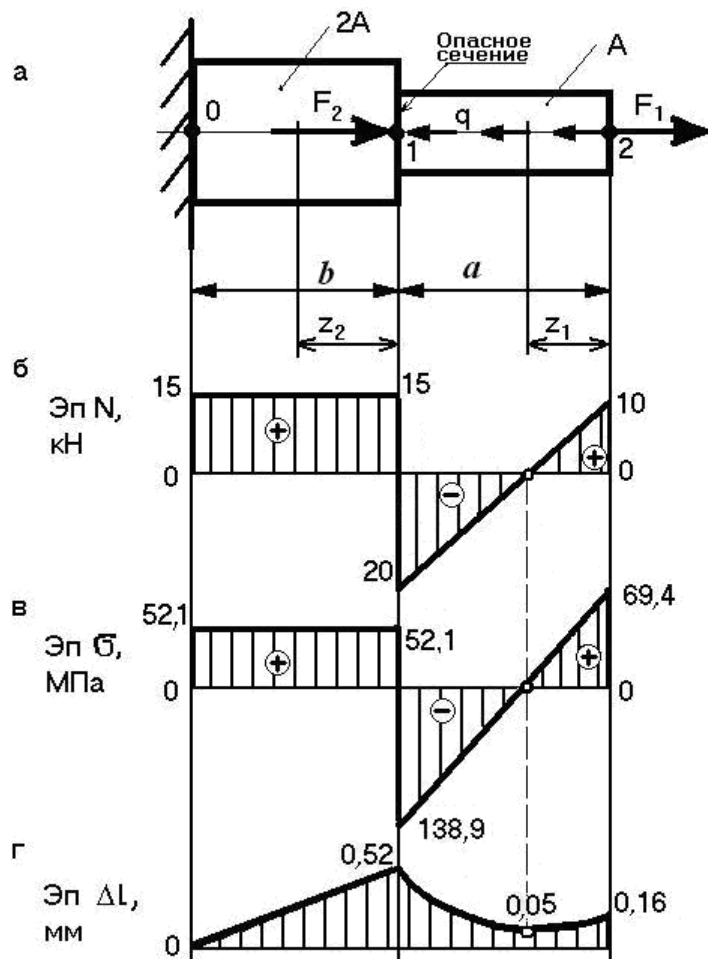
$$N_1 = F_1 - qa = 10 - 15 \cdot 2 = -20 \text{ кН}.$$

Проведём сечение на втором характерном участке длиной b и определим продольную силу N_2

Для 2-го участка при $0 \leq z_2 \leq b$

$$N_2 = F_1 - qa + F_2 = 10 - 15 \cdot 2 + 35 = 15 \text{ кН}.$$

Построим эпюру N . Для этого проводим базу эпюры параллельно оси стержня, откладываем в произвольно выбранном масштабе значения продольных сил N по оси ординат, причём вверх – положительные значения, вниз – отрицательные, и строим графики зависимостей $N=N(z)$. Эпюру заштрихуем линиями, перпендикулярными базе эпюры, проставим значения N и укажем знаки.



Выполним проверку правильности построения эпюры N : на участке, где действует распределённая нагрузка, должна быть наклонная линия, где нет распределённой нагрузки – линия, параллельная базе эпюры. В сечениях стержня, где приложены внешние сосредоточенные силы, на эпюре N должны быть скачки, равные этим силам.

2. Определим положение опасного сечения стержня. Для этого оценим максимальные напряжения по участкам, разделив N_{\max} для каждого участка на соответствующие площади поперечных сечений стержня.

$$\sigma_{\max 1} = \frac{|N_{\max 1}|}{A} = \frac{20}{A}, \quad \sigma_{\max 2} = \frac{|N_{\max 2}|}{2A} = \frac{15}{2A} = \frac{7,5}{A},$$

Т. к. $\sigma_{\max 1} > \sigma_{\max 2}$, следовательно, опасное сечение находится на первом участке, где $N = N_{\max 1}$. Укажем место опасного сечения на рисунке, б.

3. Найдём размер квадратного поперечного сечения стержня h с учетом условия прочности в опасном сечении стержня.

Запишем условие прочности.

$$\sigma_{\max 1} = \frac{N_{\max 1}}{A} \leq [\sigma],$$

учитывая, что площадь квадрата $A = h^2$, получим

$$h \geq \sqrt{\frac{|N_{\max 1}|}{[\sigma]}} \geq \sqrt{\frac{20 \cdot 10^3}{160}} \geq 11,18 \text{ мм.}$$

Этот размер следует округлить по нормальному ряду размеров, поэтому принимаем $h = 12$ мм.

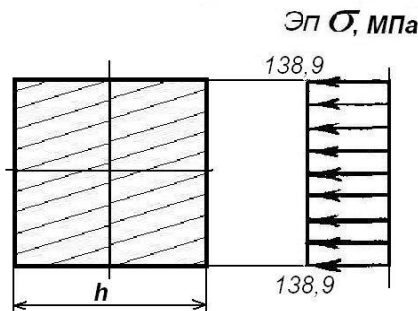
Найдём площади поперечных сечений

$$A = h^2 = 12^2 = 144 \text{ мм}^2; \quad 2A = 2 \cdot 144 = 288 \text{ мм}^2.$$

Вычислим напряжение в опасном сечении стержня

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max 1}}{A} = -\frac{20 \cdot 10^3}{144} = -138,9 \text{ МПа},$$

покажем эпюру σ по высоте сечения (сечение повернуто в плоскость чертежа):



4. Вычислим напряжения ($\sigma = \frac{N}{A}$) и построим их эпюру по длине стержня.

- на первом участке по обеим границам характерного участка, т.к. $\sigma_1 \neq \text{const}$

$$\sigma_1 = \frac{10 \cdot 10^3}{144} = 69,4 \text{ МПа}; \quad \sigma_1 = -\frac{20 \cdot 10^3}{144} = -138,9 \text{ МПа};$$

- на втором участке, т.к. $\sigma_2 = \text{const}$

$$\sigma_2 = \frac{15 \cdot 10^3}{288} = 52,1 \text{ МПа};$$

5. Определим перемещение свободного сечения стержня. Обозначим, начиная от заделки стержня, границы характерных участков цифрами 0, 1, 2 (рисунок, а).

Найдем удлинения обоих участков стержня.

$$\begin{aligned} \Delta l_{01} &= \frac{N_2 \cdot b}{E \cdot 2A} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 288} = 0,52 \text{ мм}; \\ \Delta l_{12} &= \int_0^a \frac{N_1 \cdot dz_1}{E \cdot A} = \int_0^a \frac{(F_1 - qz_1) dz_1}{E \cdot A} = \frac{F_1 \cdot a}{E \cdot A} - \frac{qa^2}{E \cdot A \cdot 2} = \\ &= \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 144} - \frac{15 \cdot (2 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 144 \cdot 2} = -0,36 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Перемещение сечения 0 равно нулю, т.е. $\Delta l_0 = 0$.

Перемещение сечения 1 равно удлинению участка 01 плюс перемещение сечения 0, т.е. $\Delta l_1 = \Delta l_{01} + \Delta l_0 = 0,52 \text{ мм}$.

Перемещение сечения 2 найдем аналогично: $\Delta l_2 = \Delta l_{12} + \Delta l_1 = (-0,36) + 0,52 = 0,16 \text{ мм}$.

На участке 12 продольная сила $N \neq \text{const}$, поэтому эпюра Δl_{12} представляет собой параболу с выраженным минимумом в точке, где $N_1 = 0$:

$$N_1 = F_1 - qz_1 = 0,$$

отсюда

$$z_1 = F_1 / q = 10 / 15 = 0,67 \text{ м}.$$

$$\Delta l_{z_1} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,67 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 144} - \frac{15 \cdot (0,67 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 144 \cdot 2} = 0,11 \text{ мм}.$$

Найдем Δl^* :

$$\Delta l^* = \Delta l_2 - \Delta l_{z_1} = 0,16 - 0,11 = 0,05 \text{ мм}.$$

Покажем эпюру перемещений, откладывая значения Δl_0 , Δl_1 , Δl_2 , Δl^* (параболу на эпюре Δl , ввиду малости величин можно условно заменять прямой пунктирной линией).