



**Негосударственное частное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Технический университет УГМК»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ НАЧИНАЮЩИХ  
ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ К ПРОВЕДЕНИЮ ЗАНЯТИЙ  
ПО КУРСУ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ**

<b>Направление подготовки</b>	<b>35.03.02 Технология лесозаготовительных и древоперерабатывающих производств</b>
<b>Направленность (профиль)</b>	<b>Машины и технологии лесопромышленных производств и транспортных процессов</b>
<b>Уровень высшего образования</b>	<b>Бакалавриат</b>

**г. Верхняя Пышма**

Методические указания по дисциплине одобрены на заседании Методического совета университета «25» января 2024 г., протокол № 3.

Председатель Методического совета университета



Т.В. Гурская

## ВВЕДЕНИЕ

Проведение РГР выражается в выполнении расчетно-проектировочных работ (РПР), число которых может быть равно или больше числа РГР. Каждая РПР включает одну или несколько задач.

В указаниях рассматриваются вопросы преподавания курса сопротивления материалов с учетом специфики требований ФГОС и особенностей обучения в университете. Излагаются рекомендации к проведению лекционных, практических и лабораторных занятий, организации самостоятельной работы студентов, использованию тестовых технологий. Приведены примеры составления преподавательского конспекта к лекции и практическому занятию.

### **Цель преподавания дисциплины**

Цель преподавания дисциплины «Сопротивление материалов» – научить будущих инженеров основам теоретических и экспериментальных исследований в области прочности, жесткости и устойчивости стержневых элементов конструкций.

### **Задачи изучения дисциплины**

Задачами курса «Сопротивление материалов» являются:

- изучение методов практических расчетов стержневых конструкций на прочность, жесткость и устойчивость;
- изучение методов испытания материалов;
- освоение основных принципов проектировочных расчетов стержневых конструкций.

### **Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины**

В результате освоения дисциплины бакалавр должен:

*Знать:* основные принципы постановки и решения задач, проведения экспериментальных исследований для простых деформаций стержней; основные положения теоретических и экспериментальных исследований при анализе сложного сопротивления стержней и устойчивости элементов конструкций.

*Уметь:* выполнять проверочные и проектировочные расчеты на прочность элементов стержневых конструкций; выполнять проверочные и проектировочные расчеты стержней на прочность, жесткость и устойчивость.

*Владеть:* методиками расчета стержней на прочность в условиях простых деформаций; методиками расчета стержневых систем при сложных деформациях.

## **Связь сопротивления материалов с другими дисциплинами**

Сопротивление материалов базируется на курсах математики, физики и теоретической механики.

### **Требования к преподавателю**

Преподаватель должен быть для студентов примером справедливости, порядочности и добросовестного отношения к работе. В своей речи преподавателю следует пользоваться литературным языком, не применять слова-паразиты. Одежда преподавателя должна соответствовать деловому стилю.

Преподаватель не имеет права опаздывать на занятия. Одним из самых худших результатов опозданий преподавателя является массовое воспитание необязательных молодых людей. Плохой пример, как известно, чрезвычайно заразителен.

В начале каждого семестра преподаватель должен подготовить график учебного процесса (см. приложение А). По одному экземпляру графика следует раздать старостам групп. В соответствии с этим графиком **необходимо выдавать задания на выполнение РПР**, контролировать работу студентов, предоставлять информацию на кафедру в рамках функционирования рейтинговой системы контроля успеваемости студентов. В течение первых двух недель семестра следует назначить студентам консультации по курсу, предоставив график консультаций на кафедру для составления общего объявления. При этом время проведения консультаций необходимо согласовать со старостами групп.

Следует особо отметить, что обязательным условием успешной работы преподавателя **ЯВЛЯЕТСЯ ТЩАТЕЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА КО ВСЕМ ВИДАМ ЗАНЯТИЙ**.

## **1 ПРОВЕДЕНИЕ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ**

### **Общие положения**

Материал лекций должен излагаться в соответствии с рабочей программой курса. К сожалению, из-за недостатка аудиторных часов не все аспекты рабочей программы могут быть даны на занятиях. Выносить часть вопросов на самостоятельное изучение также не представляется эффективным с учетом существующего уровня подготовки студентов. В этих условиях необходимо выбирать для чтения действительно самый важный материал. В любом случае темп лекции не должен превышать возможностей восприятия информации

средним студентом.

Лекция должна сопровождаться достаточным числом небольших наглядных примеров, иллюстрирующих рассматриваемые теоретические положения. Как правило, выкладки в этих примерах следует давать в общем виде, без доведения результатов анализа до численных значений.

Преподаватель должен контролировать понимание студентами излагаемой темы. Следует задавать студентам вопросы, повторять представляемую информацию. Необходимо учитывать известное правило педагогики, что для среднего человека запоминание, даже относительно несложного положения, обычно требует семикратного повторения. Если лектор обнаруживает отсутствие обратной связи, необходимо снизить темп изложения, увеличить число повторов, больше приводить простых примеров. Возможно, в этом случае придется частично или полностью исключить из рассмотрения какие-либо элементы материала. Например, можно не разбирать подробно следующие вопросы: метод начальных параметров, колебания конструкций, прочность при изменяющихся напряжениях. По испытаниям материалов на растяжение и сжатие можно ограничиться проведением лабораторных занятий.

Наиболее сложные вопросы целесообразно излагать в середине второго академического часа. Именно в это время, по данным педагогики, студенты в наибольшей степени способны воспринимать новую информацию.

Достаточно сложно давать рекомендации о целесообразности отвлечения от темы лекции, практического или лабораторного занятия на какие-либо другие вопросы. Тем не менее, следует отметить, что разговоры на непрофильные темы не могут занимать много времени, должны быть тщательно продуманы и достигать следующих целей: воспитывать студентов, повышать их эрудицию, давать возможность для небольшого отдыха. Преподавателю не следует проявлять на занятиях свои политические пристрастия. Недопустимо обсуждать со студентами работу других преподавателей академии.

Преподаватель должен следить за посещаемостью лекций, как и других видов занятий. Целесообразно, кроме учебного журнала, иметь отдельно листки посещаемости лекций, в которых старосты отмечают отсутствие студентов. Необходимо следить за тем, чтобы студенты вели конспекты лекций.

**ОСОБОГО ВНИМАНИЯ ЗАСЛУЖИВАЕТ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ.** Не может быть универсального конспекта лекций. Каждый лектор должен иметь свой конспект, отражающий его эрудицию, темперамент, представление о данной дисциплине. При этом с течением времени конспект должен корректироваться с учетом полученного опыта и новых дос-

тижений в области данного направления знаний. Преподаватель должен стремиться к такому знанию дисциплины, чтобы при чтении лекций как можно меньше заглядывать в свои записи. Лучше всего вообще этого не делать. Однако наличие четко изложенных на бумаге или в электронном виде положений по курсу повышает качество преподавания для любого педагога.

Предлагается следующая **тематика лекционного курса**.

### **Тема 1. Введение в сопротивление материалов**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Схематизация элементов конструкций.
2. Схематизация внешних нагрузок.
3. Допущения о свойствах материалов.
4. Внутренние силы и напряжения.
5. Перемещения и деформации.
6. Линейно и нелинейно деформируемые системы. Принцип суперпозиции действия сил.

До рассмотрения разделов темы следует дать понятие дисциплины и продиктовать список рекомендуемой литературы. При этом для каждого источника целесообразно указать число экземпляров, имеющихся в библиотеке вуза. Сведения о наличии книг можно почерпнуть из электронного каталога библиотеки, доступного на кафедральных компьютерах.

### **Тема 2. Растяжение-сжатие**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Внутренние усилия при растяжении и сжатии.
2. Определение продольных деформаций и напряжений при растяжении и сжатии.
3. Потенциальная энергия деформации при растяжении и сжатии.
4. Напряженное и деформированное состояние при растяжении и сжатии.
5. Испытание материалов на растяжение и сжатие. Основные механические характеристики материалов.
6. Расчет на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.
7. Статически неопределимые задачи при работе стержня на растяжение и сжатие.

## 8. Расчет на температурные воздействия при растяжении и сжатии.

В первом разделе темы особо следует обратить внимание на условия нагружения стержня, при которых в нем можно рассматривать только продольные внутренние силы. Необходимо объяснить правило знаков для продольных сил, вывести дифференциальную зависимость между продольной силой и интенсивностью распределенной продольной внешней нагрузки. Изложение рабочих правил построения эпюр продольных сил можно вынести на практические занятия. Во втором разделе целесообразно выделить три аспекта исследуемой задачи: статический, геометрический и физический, и на основе использования их положений вывести формулы для расчета стержня. В восьмом разделе следует рассмотреть пример решения статически неопределимой задачи для стержня в условиях равномерного нагрева или охлаждения.

### **Тема 3. Геометрические характеристики плоских сечений**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Статические моменты сечения.
2. Моменты инерции сечения.
3. Главные оси и главные моменты инерции.

### **Тема 4. Сдвиг и кручение**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Чистый сдвиг.
2. Внутренние усилия при кручении.
3. Кручение стержня с круглым поперечным сечением.
4. Кручение стержня с прямоугольным поперечным сечением.
5. Кручение тонкостенных стержней.

При рассмотрении во втором разделе правила знаков для крутящих моментов следует иметь в виду, что в сопротивлении материалов не существует устоявшегося подхода к выбору знаков для этого силового фактора. Тем не менее, для избегания путаницы в расчетах целесообразно предложить студентам использовать вполне определенное правило знаков для крутящего момента. Так же, как и при растяжении-сжатии, для кручения стержней необходимо рассмотреть статический, геометрический и физический аспекты задачи.

## Тема 5. Прямой изгиб балок

Рекомендуемые разделы темы:

1. Внутренние усилия при плоском изгибе.
2. Напряжения в балке при чистом изгибе.
3. Напряжения в балке при поперечном изгибе.
4. Дифференциальное уравнение упругой линии балки. Метод начальных параметров.

Эта тема является центральной в курсе сопротивления материалов. В первом разделе необходимо разъяснить основные понятия плоского или прямого изгиба. В частности, следует повторить, что понимается под балкой, главными и центральными осями ее поперечного сечения; дать определение главной и силовой плоскостей балки. После этого можно разъяснить понятия плоского и косоугольного изгиба, рассказать о внутренних усилиях, появляющихся при плоском изгибе (поперечной силе и изгибающем моменте) и пояснить принятые для этих усилий правила знаков. Далее необходимо вывести дифференциальные зависимости, связывающие интенсивность распределенной нагрузки, поперечные силы и изгибающие моменты. Следует указать понятие эпюр внутренних усилий и напомнить, что эти величины могут определяться с помощью метода сечений, который рассматривается в теме 1. Изложение рабочих подходов к построению эпюр целесообразно вынести на практические занятия.

Второй раздел должен начинаться с разъяснения понятия чистого изгиба. После этого необходимо четко изложить гипотезу о ненадавливании волокон и гипотезу плоских сечений, подробно остановиться на трех сторонах данной задачи: статической, геометрической и физической. Дальнейшие выводы должны базироваться на этих предпосылках.

При изложении материала в третьем разделе следует отметить, что гипотеза плоских сечений при поперечном изгибе не может считаться справедливой. Тем не менее, здесь приближенно используются те же формулы для определения нормальных напряжений и кривизны изогнутой оси балки. Тема теорий прочности еще не излагалась, однако следует, как минимум, привести условие прочности при поперечном изгибе с использованием энергетической теории прочности.



## **Тема 6. Общие методы определения перемещений**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Потенциальная энергия деформации в общем случае нагружения стержня.
2. Метод Мора определения перемещений.
3. Способ Верещагина вычисления интегралов Мора. Способ трапеций.

Конспект лекции по данной теме приведен в конце настоящего раздела.

## **Тема 7. Теория напряженно-деформированного состояния и гипотезы прочности**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Напряженное состояние.
2. Деформированное состояние. Обобщенный закон Гука.
3. Потенциальная энергия деформации в общем случае нагружения.
4. Теории прочности.

В разделе 4 целесообразно четко разъяснить сущность 1-4-й теорий прочности и теории прочности Мора. При этом вывод зависимостей для теории Мора можно опустить.

Необходимо записать формулы для определения эквивалентных напряжений для 3-й и 4-й теорий при частных случаях сложного напряженного состояния.

## **Тема 8. Сложное сопротивление стержней**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Косой изгиб балок.
2. Совместное действие кручения и изгиба для круглого сечения.
3. Совместное действие изгиба и сил растяжения-сжатия. Внецентренное растяжение и сжатие.

## **Тема 9. Устойчивость сжатых стержней**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Основные понятия.

2. Задача Эйлера для шарнирно опертого стержня.
3. Влияние способа закрепления концов стержня на величину критической силы.
4. Пределы применимости формулы Эйлера.
5. Практический расчет сжатых стержней.
6. Продольно-поперечный изгиб сжатых стержней.

### **Тема 10. Расчеты при некоторых динамических нагрузках**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Движение с постоянным ускорением.
2. Расчет конструкций при ударе.
3. Приближенный учет распределенной массы стержней при ударе.
4. Свободные колебания конструкций.
5. Колебания конструкций под действие гармонических возмущающих сил.

### **Тема 11. Сопротивление материалов действию повторно-переменных напряжений**

Рекомендуемые разделы темы:

1. Основные характеристики цикла нагружения.
2. Кривая усталости. Предел выносливости.
3. Диаграмма предельных амплитуд напряжений.
4. Факторы, влияющие на усталостную прочность материалов.
5. Коэффициент запаса при циклическом нагружении.

## **ПРИМЕР КОНСПЕКТА ЛЕКЦИИ**

### **Тема 6. «Перемещение в стержнях и стержневых системах»**

Задача определения перемещений связана, прежде всего, с расчетами конструкций на жесткость и с расчетами статически неопределимых стержневых систем. Ранее мы уже рассматривали некоторые вопросы нахождения перемещений. При этом решались дифференциальные уравнения, описывающие деформации растяжения-сжатия, кручения или изгиба стержней. Тем не менее,

при нахождении перемещений в сопротивлении материалов обычно используются энергетические подходы.

## Раздел 1. Потенциальная энергия деформации в общем случае нагружения стержня

Рассмотрим элемент  $dz$  прямолинейного стержня (рисунок 1.1) при пространственной схеме нагружения. Оси  $Ox$ ,  $Oy$  являются главными центральными осями поперечного сечения. Потенциальную энергию  $dU$  данного участка стержня можно рассматривать как сумму потенциальных энергий от каждого из шести внутренних усилий:

$$dU = dU(M_k) + dU(M_x) + dU(M_y) + dU(N) + dU(Q_x) + dU(Q_y), \quad (1.1)$$

где  $M_k$  – крутящий момент;  $M_x$ ,  $M_y$  – изгибающие моменты;  $N$  – продольная сила;  $Q_x$ ,  $Q_y$  – поперечные силы.

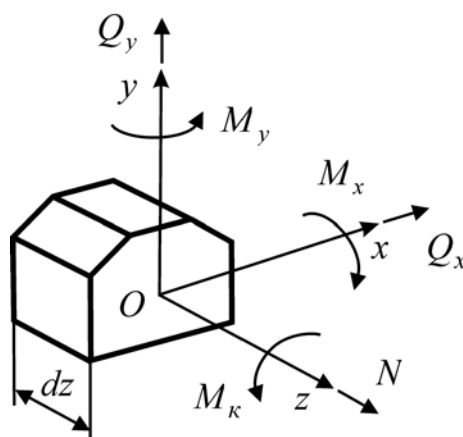


Рисунок 1.1 – Элементарный участок прямолинейного стержня

При изучении простых деформаций стержней мы уже рассматривали следующие выражения:

$$\begin{aligned} dU(M_k) &= \frac{1}{2} \frac{M_k^2 dz}{GJ_k}; & dU(M_x) &= \frac{1}{2} \frac{M_x^2 dz}{EJ_x}; & dU(M_y) &= \frac{1}{2} \frac{M_y^2 dz}{EJ_y}; \\ dU(N) &= \frac{1}{2} \frac{N^2 dz}{EA}; & dU(Q_x) &= \frac{1}{2} k_x \frac{Q_x^2 dz}{GA}; & dU(Q_y) &= \frac{1}{2} k_y \frac{Q_y^2 dz}{GA}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $E$ ,  $G$  – модуль упругости и модуль сдвига материала;  $A$  – площадь поперечного сечения;  $J_k$  – момент инерции кручения поперечного сечения;  $J_x$ ,  $J_y$  – осевые моменты инерции поперечного сечения;  $k_x$  и  $k_y$  – безразмерные

величины, зависящие от формы поперечного сечения элемента.

Для прямоугольного сечения  $k_x = k_y = k = 6/5$ , для сплошного кругового сечения  $k = 10/9$ , для тонкостенного кругового сечения  $k = 2$ .

Подставим зависимости (1.2) в соотношение (1.1) и проинтегрируем полученное равенство по длине  $l$  стержня. Тогда будем иметь

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2 dz}{GJ_k} + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2 dz}{EJ_x} + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2 dz}{EJ_y} + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2 dz}{EA} + \frac{1}{2} \int_0^l k_x \frac{Q^2 dz}{GA} + \frac{1}{2} \int_0^l k_y \frac{Q^2 dz}{GA}. \quad (1.3)$$

Отметим, что, если в стержне действуют изгибающие и крутящие моменты, то обычно связанные с ними слагаемые в формуле (1.3) превалируют над слагаемыми, обусловленными поперечными и продольными силами.

Если конструкция состоит из нескольких стержней, то для определения ее энергии деформации следует получить сумму энергий деформаций составляющих ее элементов.

## Раздел 2 Метод Мора определения перемещений

При выводе формулы для нахождения перемещений используем теорему Кастильяно (или Кастилиано), которая формулируется следующим образом: «Частная производная от потенциальной энергии деформации системы по силе равна перемещению точки приложения силы по направлению ее действия». Допустим, геометрически неизменяемая пространственная стержневая система нагружена группой сил (рисунок 1.2). Энергию деформации  $U$  системы можно рассматривать как функцию от этих сил. В точке  $C$  приложена сила  $P_C$ . Тогда можно записать

$$\delta_C = \frac{\partial U}{\partial P_C}, \quad (1.4)$$

где  $\delta_C$  – перемещение в точке  $C$  по направлению действия силы  $P_C$ .

Сила может пониматься и как обобщенная. То есть может рассматриваться момент и соответствующее ему обобщенное перемещение – угол поворота поперечного сечения стержня. Для показанной на рисунке 1.2 схемы будет справедлива зависимость

$$\theta_D = \frac{\partial U}{\partial M_D}, \quad (1.5)$$

где  $\theta_D$  – угла поворота поперечного сечения, связанного с точкой  $D$ , относительно вектора момента  $M_D$ .

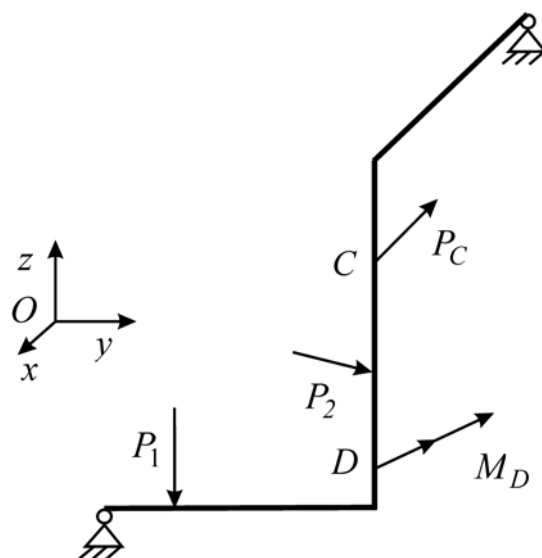
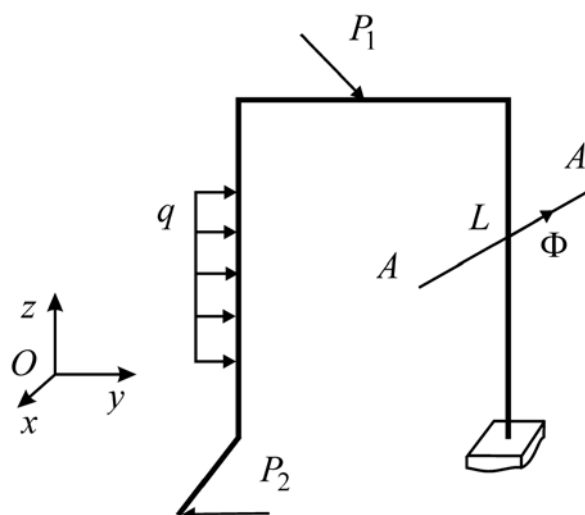


Рисунок 1.2 – Стержневая система

Допустим, необходимо определить перемещение некоторой точки  $L$  в направлении прямой  $A-A$  (рисунок 1.3). Приложим в точке  $L$  вспомогательную фиктивную силу  $\Phi$  в интересующем нас направлении. Далее составляем выражение для потенциальной энергии системы, состоящей из  $n$  стержней, с учетом действия силы  $\Phi$ :

$$U = \sum_{j=1}^n \int_0^{l_j} \left\{ \frac{1}{2} \frac{(M_k + M_k \Phi)^2}{EI_k} dz + \frac{1}{2} \frac{(M_x + M_x \Phi)^2}{EI_x} dz + \frac{1}{2} \frac{(M_y + M_y \Phi)^2}{EI_y} dz + \frac{1}{2} \frac{(Q_x + Q_x \Phi)^2}{GJ_k} dz + \frac{1}{2} \frac{(Q_y + Q_y \Phi)^2}{GJ_k} dz + \frac{1}{2} \frac{(N + N \Phi)^2}{EA} dz + \frac{1}{2} k_x \frac{x^2}{GA} + \frac{1}{2} k_y \frac{y^2}{GA} dz \right\}, \quad (1.6)$$

где  $l_j$  – длина  $j$ -го стержня;  $\overline{M}_k, \overline{M}_x, \overline{M}_y, \overline{N}, \overline{Q}_x, \overline{Q}_y$  – внутренние усилия, полученные при действии силы  $\Phi = 1$ .

Рисунок 1.3 – Приложение фиктивной силы  $\Phi$

Для нахождения перемещения дифференцируем полученную зависимость по  $\Phi$ , и, полагая  $\Phi=0$ , получим:

$$\delta_L = \frac{\partial U}{\partial \Phi}(\Phi=0) = \sum_{j=10}^{n^l j} \int \frac{M^k M^k}{GJ_k} dz + \sum_{j=10}^{n^l j} \int \frac{M^x M^x}{EJ_x} dz + \sum_{j=10}^{n^l j} \int \frac{M^y M^y}{EJ_y} dz + \sum_{j=10}^{n^l j} \int \frac{NN}{EA} dz + \sum_{j=10}^{n^l j} \int \frac{Q^x Q^x}{GA} dz + \sum_{j=10}^{n^l j} \int \frac{Q^y Q^y}{GA} dz. \quad (1.7)$$

Записанные в выражении (1.7) интегралы называются **интегралами Мора**.

### Раздел 3. Способ Верещагина вычисления интегралов Мора. Способ трапеций

При вычислении интегралов Мора на отдельных стержнях или их участках во многих случаях приходится рассматривать интегралы такого вида:

$$I = \int_0^l \varphi_1(z) \varphi_2(z) dz, \quad (1.8)$$

где  $\varphi_1(z)$  – произвольная непрерывная функция, получаемая на эпюре внутреннего усилия от действия внешней нагрузки;  $\varphi_2(z)$  – линейная функция, связанная с некоторой эпурой от действия единичной вспомогательной силы (рисунок 1.4).

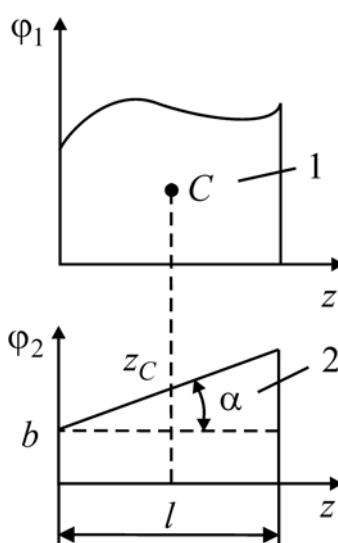


Рисунок 1.4 – Графики функций  $\varphi_1(z)$  и  $\varphi_2(z)$ :

1, 2 – фигуры под этими графиками

Запишем функцию  $\varphi_2(z)$  таким образом:

$$\varphi_2(z) = b + kz. \quad (1.9)$$

где  $b$  – свободное слагаемое;  $k = tg\alpha$  – коэффициент.

Подставив равенство (1.9) в выражение (1.8), получим

$$I = b \int_0^l \varphi_1(z) dz + k \int_0^l z \varphi_1(z) dz. \quad (1.10)$$

Первый интеграл в зависимости (1.10) – это площадь  $\Omega_1$  фигуры 1, второй – статический момент данной фигуры относительно оси  $Oz$ . Второй интеграл представим в виде

$$\int_0^l z \varphi_1(z) dz = \Omega_1 z_C, \quad (1.11)$$

где  $z_C$  – координата по оси  $Oz$  центра тяжести  $C$  фигуры 1.

Следовательно, формулу (1.8) мы можем преобразовать следующим образом:

$$I = \Omega_1 (b + kz_C) = \Omega_1 \varphi_2(z_C). \quad (1.12)$$

То есть операция интегрирования заменяется *перемножением площади первой фигуры на ординату второй (линейной) фигуры под центром тяжести первой*. Это положение называется способом Верещагина.

На рисунке 1.5 приведены наиболее характерные фигуры, используемые при вычислении интегралов Мора. Указаны зависимости для определения их площадей  $\Omega$  и положений центров тяжести по горизонтали.

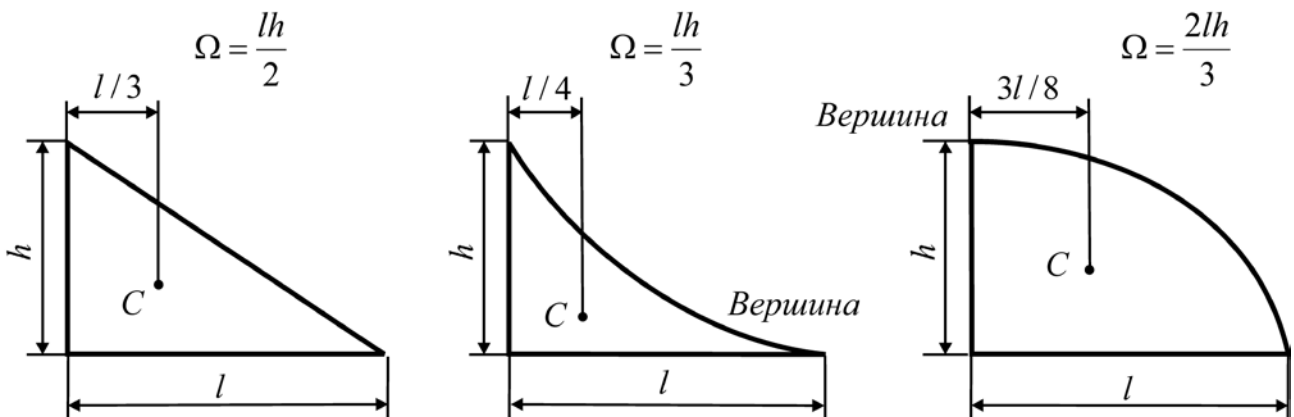


Рисунок 1.5 – Плоские фигуры: а) прямоугольный треугольник; б) сегмент параболы, выпуклость которой обращена вниз; в) сегмент параболы, выпуклость которой обращена вверх

Более сложные фигуры на эпюрах внутренних усилий обычно могут быть разбиты на простые части, соответствующие рисунку 1.5. Подробнее этот вопрос изучается на практических занятиях.

Если обе функции  $\varphi_1(z)$ ,  $\varphi_2(z)$  являются линейными (рисунок 1.6), то интеграл (1.8) можно представить таким образом:

$$\begin{aligned}
 I &= \int_0^l (a + k_1 z)(b + k_2 z) dz = \int_0^l \left( a + \frac{c-a}{l} z \right) \left( b + \frac{d-b}{l} z \right) dz = \\
 &= \int_0^l \left( ab + \left( a \frac{d-b}{l} + b \frac{c-a}{l} \right) z + \left( \frac{c-a}{l} \frac{d-b}{l} \right) z^2 \right) dz = \\
 &= abl + \left( \frac{ad - ab + bc - ba}{l} \right) \frac{l^2}{2} + \left( \frac{cd - cb - ad + ab}{l^2} \right) \frac{l^3}{3} = \\
 &= \frac{l}{6} (6ab + (3ad - 6ab + 3bc) + (2cd - 2cb - 2ad + 2ab)) = \\
 &= \frac{l}{6} (2ab + 2cd + ad + bc). \tag{1.13}
 \end{aligned}$$

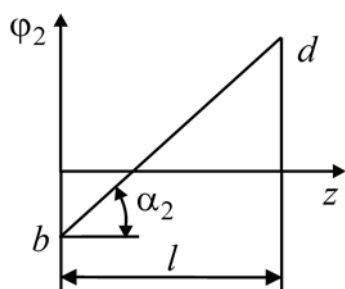
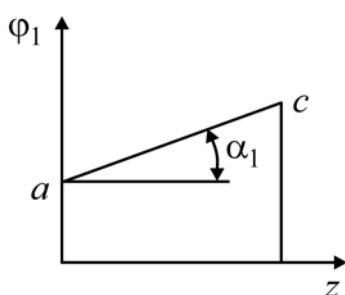


Рисунок 6 – Графики двух линейных функций

Здесь  $k_1, k_2$  – тангенсы углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  наклона прямых для этих функций (см. рисунок 1.6). Зависимость (1.13) называется *способом трапеций*.

Следует рассматривать ординаты  $a, b, c, d$  как алгебраические величины, которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Удобно при этом использовать такое правило знаков для произведений этих ординат: *если ординаты отложены в одну сторону от оси стержня, то их произведение положительно, если в разные стороны – то отрицательно*.

Пусть  $\varphi_1(z)$  – квадратная парабола (рисунок 1.7). Такая функция получается для изгибающего момента на участке действия равномерно распределенной нагрузки  $q$ , перпендикулярной оси стержня. Площадь фигуры под параболой можно представить в виде алгебраической суммы площадей двух фигур:

гебраической суммы площадей двух фигур:

$$\Omega_1 = \Omega_{1A} + \Omega_{1B}, \tag{1.14}$$



где  $\Omega_{1A}$  – площадь фигуры  $A$  под отрезком прямой линии  $ac$  (площадь трапеции);  $\Omega_{1B}$  – площадь фигуры  $B$ , ограниченной отрезками прямой  $ac$  и параболой  $aec$ .

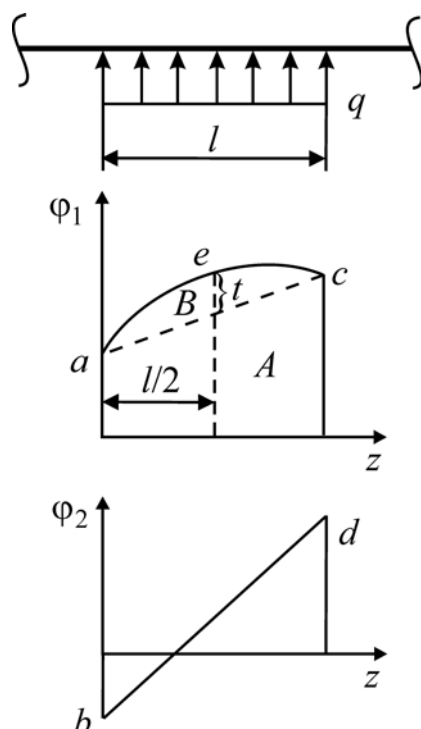


Рисунок 1.7 – Графики параболической  $\varphi_1(z)$  и линейной  $\varphi_2(z)$  функций

При этом, как известно, модуль отклонения  $t$  точки  $e$  относительно линии  $ac$  определяется формулой

$$|t| = \frac{ql^2}{8}. \quad (1.15)$$

Ордината  $t$  также является величиной алгебраической.

Тогда интеграл (1.8) можно представить в виде

$$I = I_A + I_B. \quad (1.16)$$

где  $I_A, I_B$  – составляющие этого интеграла, связанные с фигурами  $A$  и  $B$ .

Согласно формуле (1.12) и рисунку 1.5 можно записать

$$I_B = \Omega_{1B} f_2 \left( \frac{l}{2} \right) = 2 \frac{2(l/2)t}{3} \cdot \frac{b+d}{2} = \frac{l}{6} (2tb + 2td). \quad (1.17)$$

На основе зависимостей (1.13), (1.16), (1.17) получим

$$I = \frac{l}{6} (2ab + 2cd + ad + bc + 2tb + 2td). \quad (1.18)$$

Выражение (1.18) можно рассматривать как обобщенную формулу способа трапеций.

#### Раздел 4 Примеры

**Пример 1.** Выведем зависимости для определения прогиба и угла поворота поперечного сечения  $T$  свободного конца консольной балки длиной  $l$ , нагруженной в этом сечении сосредоточенной силой  $F$  (рисунок 1.8). Задан момент инерции поперечного сечения  $J_x$  и модуль упругости  $E$  материала стержня.

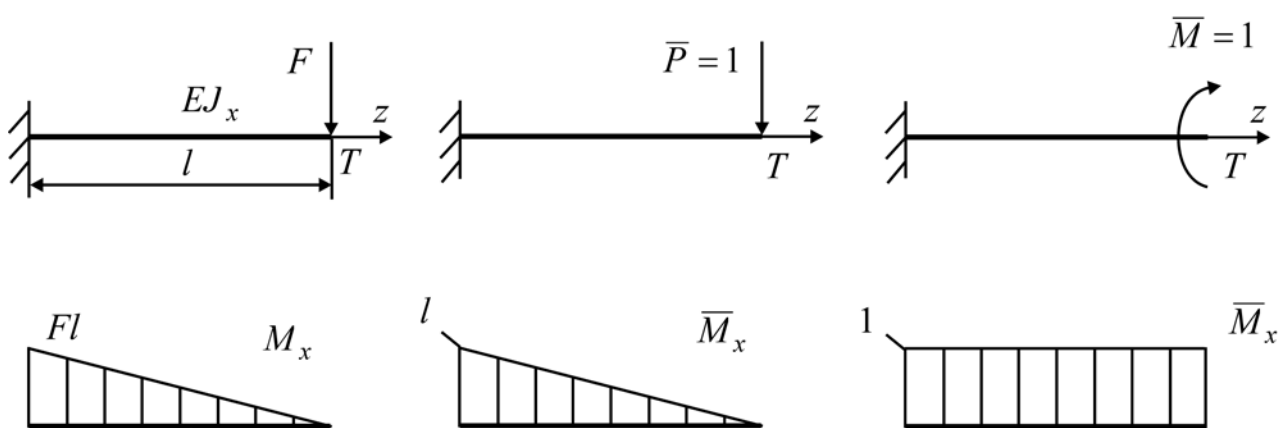


Рисунок 1.8 – Консольная балка

Пренебрегаем вкладом поперечных сил в энергию деформации балки. Построим эпюры изгибающих моментов от действия силы  $F$ , единичной вспомогательной силы  $\bar{P}$  и единичного вспомогательного момента  $\bar{M}$  (см. рисунок 1.8). Тогда в соответствии с равенствами (1.7), (1.18) и рисунком 1.8 получим следующие выражения для прогиба и угла поворота рассматриваемого сечения:

$$\delta_T = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz = \frac{1}{EJ_x} \int_0^l (2Fl \cdot l) dz = \frac{Fl^3}{3EJ_x}; \quad (1.19)$$

$$\theta_T = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz = \frac{1}{EJ_x} \int_0^l (2Fl \cdot 1 + Fl \cdot 1) dz = \frac{Fl^2}{2EJ_x}. \quad (1.20)$$

Формула (1.19) является одной из наиболее известных в сопротивлении материалов. Ее следует знать наизусть.

**Пример 2.** Необходимо определить прогиб в центральной точке  $C$  двухопорной балки длиной  $a$  от действия равномерно распределенной нагрузки ин-

тенсивностью  $q$ . Известны значения  $J_x$  и  $E$ .

Эпюры изгибающих моментов от действия нагрузки и единичной вспомогательной силы  $\bar{P}$  показаны на рисунке 1.9. Тогда, учитывая симметричность грузовой и вспомогательной эпюр изгибающих моментов, в соответствии с зависимостями (1.7), (1.15), (1.18) будем иметь

$$\delta_C = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz = 2 \frac{1}{EJ_x} \frac{a/2}{6} \left[ 2 \frac{qa^2}{8} \frac{a}{4} + 2 \frac{q(a/2)^2}{8} \frac{a}{4} \right] = \frac{5qa^4}{384EJ_x}. \quad (1.21)$$

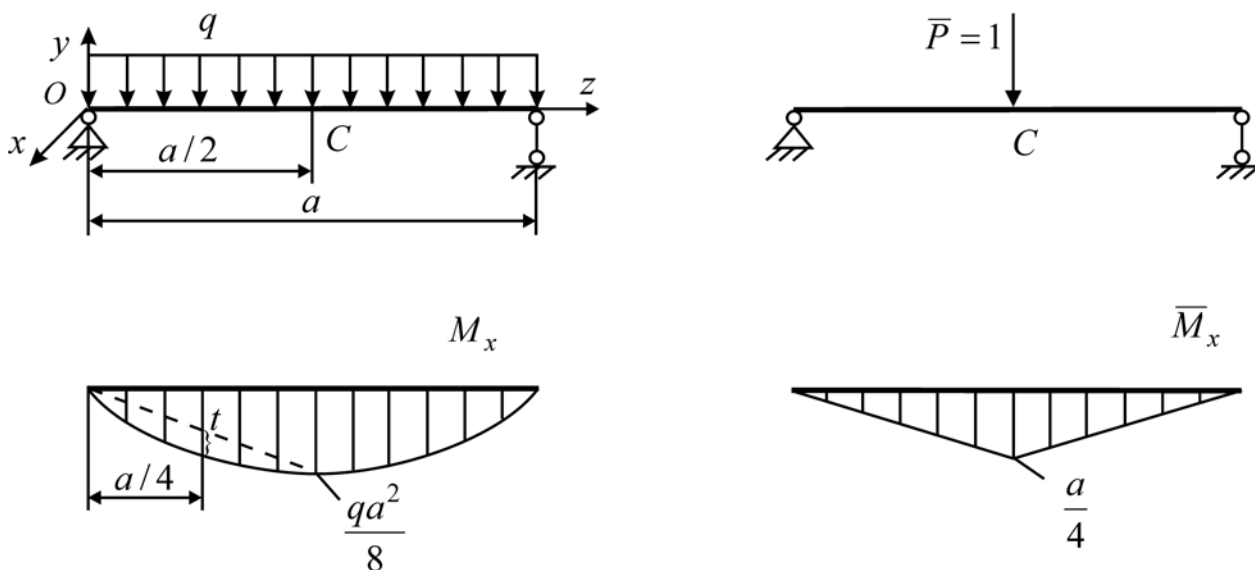


Рисунок 1.9 – Двухопорная балка

## 2 ПРОВЕДЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Учебный план предусматривает 34 часа практических занятий. В современных условиях подготовка студентов такова, что большая часть времени практических занятий должна быть связана с выполнением РПР (см. раздел 4). По каждой из задач РПР необходимо разобрать хотя бы один пример в полном соответствии с теми требованиями, которые преподаватель предъявляет к студенту по методике расчета и представлению полученного решения. В то же время следует рекомендовать студентам использовать имеющиеся на кафедре методические указания, печатные книги и доступные электронные ресурсы.

Начинающий преподаватель должен придти на занятие с конспектом, в котором полностью решены те задачи, которые он будет разбирать. При этом в процессе обучения студентов большую часть расчетов целесообразно выполнять непосредственно на занятии. Использовать конспект следует при поста-

новке задачи, а также в случае, когда возникли какие-либо сомнения в правильности вычислений, реализуемых с помощью студентов. Отсутствие же конспекта может привести к неприемлемой ситуации неправильного решения задачи.

При достаточном объеме времени преподавателю целесообразно одну из задач по рассматриваемому вопросу решить у доски самому, вторую – вызвав к доске хорошо успевающего студента. Третью задачу можно предложить решить студентам самостоятельно. Затем следует разобрать эту задачу у доски, вызвав к доске студента, который в наибольшей степени справился с поставленным заданием. В случае недостатка времени можно разобрать только один или два примера. При этом, если задача предусматривает проведение нескольких однотипных операций, то для повторного использования рассмотренной методики рекомендуется вызвать к доске студента. Следует иметь в виду, что нецелесообразно использовать для работы у доски слабоуспевающих студентов, так как это может привести к снижению качества подачи материала.

Преподаватель должен все время занятия контролировать процесс работы студентов. Необходимо следить за записями, которые делают студенты, предупредив, что для получения зачета или допуска к экзамену требуется представить грамотно оформленный конспект практических занятий.

### **Пример конспекта для проведения практического занятия**

#### **Тема «Построение эпюр внутренних усилий в простых балках»**

##### **Методика построения эпюр**

Определение внутренних усилий в стержнях основано на методе сечений. В то же время использование непосредственного уравнивания выделяемой части стержня представляется нецелесообразным. Существует несколько достаточно простых рабочих правил построения эпюр внутренних усилий. Рассмотрим один из таких подходов применительно к балкам.

Допустим, на балку действует некоторая самоуравновешенная система сил  $P_i$  (рисунок 2.1). В балке в этом случае могут возникать только два вида внутренних усилий: поперечная сила  $Q$  и изгибающий момент  $M_x$ .

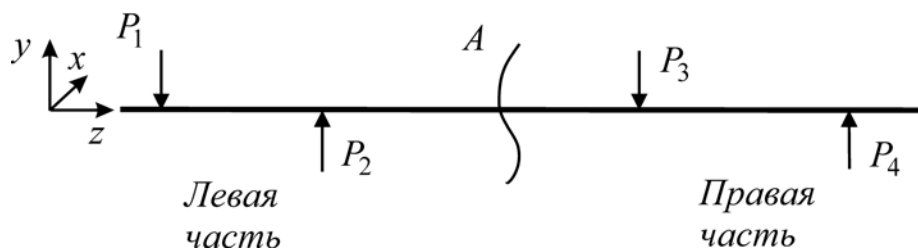


Рисунок 2.1 – Балка под действием самоуравновешенной системы сил

Для поперечных сил в механике используется следующее правило знаков. Поперечная сила считается положительной, если она стремится повернуть участок стержня по ходу часовой стрелки (рисунок 2.2). Поперечная сила считается отрицательной, если стремится повернуть участок стержня против хода часовой стрелки. Знак изгибающего момента определяется знаком кривизны изогнутой оси стержня (рисунок 2.3). При этом знак «+» соответствует растяжению нижних волокон и сжатию верхних волокон, знак «-» – растяжению верхних волокон и сжатию нижних волокон.

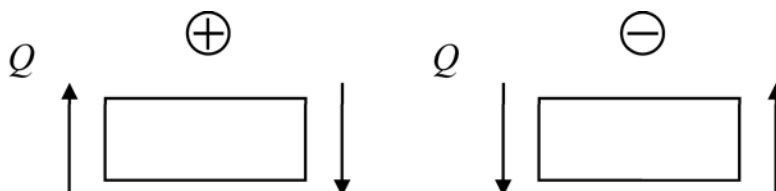


Рисунок 2.2 – Правило знаков для поперечных сил

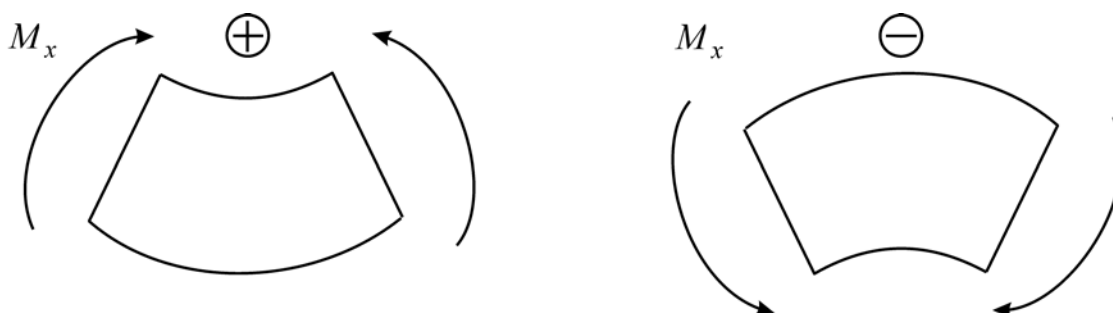


Рисунок 2.3 – Правило знаков для изгибающих моментов

Изложим методику построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Отметим, что мы подразумеваем, что ось  $Oy$  **направлена вверх**. В противном случае нельзя будет использовать приводимые нами формулы для определения поперечных сил. При нахождении значений  $Q$  и  $M_x$  для данного сечения следует учесть силы, расположенные только слева или только справа от сечения. Так как система сил уравновешена, результаты расчета не должны зависеть от того, какая часть балки (левая или правая) будет рассматриваться.

При движении слева мы получим поперечную силу как сумму проекций всех сил, расположенных слева от сечения (Л. ч.), на ось  $Oy$ :

$$Q = \sum_{\text{Л. ч.}} P_{iy}. \quad (2.1)$$

Такая же величина в уравновешенной балке должна получиться для правой части (Пр. ч.), но при добавлении перед суммой знака «-»:

$$Q = - \sum_{\text{Пр. ч.}} P_{iy}. \quad (2.2)$$

Аналогичные зависимости справедливы для изгибающего момента:

$$M_x = \sum_{\text{Л. ч.}} M(P_i); \quad (2.3)$$

$$M_x = - \sum_{\text{Пр. ч.}} M(P_i), \quad (2.4)$$

где  $M(P_i)$  – момент силы  $P_i$  относительно рассматриваемого сечения.

Построенные по установленным правилам графики внутренних усилий в стержнях называют эпюрами. Отметим основные из этих правил. Фигуры, ограниченные линиями графиков и осью стержня, штрихуют отрезками, перпендикулярными оси. Положительные значения **поперечных сил откладываются вверх, а отрицательные – вниз**. При этом непосредственно на получаемых фигурах в кружках указываются знаки поперечных сил. Для **изгибающих моментов** в расчетах строительных конструкций выдвигается противоположное требование: **положительные значения откладываются вниз, а отрицательные – вверх**. Тогда автоматически выполняется условие построения эпюр изгибающих моментов на **растянутых волокнах**. Знаки изгибающих моментов обычно на эпюрах не указываются.

На эпюрах следует показать абсолютные значения ординат внутренних усилий в крайних сечениях участков. Кроме того, приводятся модули экстремальных значений изгибающих моментов для внутренних сечений участков.

После построения эпюр необходимо выполнить их проверку. Приведем наиболее часто применяемые правила проверки.

1. Если на участке стержня нет распределённой нагрузки  $q$ , то на этом участке поперечная сила  $Q$  имеет постоянное значение, а изгибающий момент  $M_x$  распределяется по линейному закону.

2. Если на участке стержня действует равномерно распределённая нагрузка  $q$ , то на таком участке поперечная сила изменяется по линейному закону, а изгибающий момент – по квадратичному. Выпуклость эпюры изгибающих моментов обращена в сторону действия распределенной нагрузки. В сечении, для которого поперечная сила равна нулю, изгибающий момент имеет экстремальное значение (минимум или максимум).

3. В точке, где приложена сосредоточенная сила, перпендикулярная оси стержня, эпюра поперечных сил имеет скачок, численно (по абсолютной величине) равный величине приложенной внешней силы, а эпюра изгибающих моментов – перелом. При движении слева направо скачок направлен вверх, если проекция силы на ось  $u$  положительна, вниз – если проекция отрицательна.

4. В точке, где приложен сосредоточенный момент, эпюра изгибающих моментов имеет скачок, численно равный величине данного момента. При движении слева направо скачок направлен вверх, если внешний момент является отрицательным, вниз – если внешний момент положителен.

5. Поперечная сила в крайнем сечении балки численно равна вертикальной силе (активной или реактивной), приложенной в этом сечении.

6. Изгибающий момент в крайнем сечении балки численно равен внешнему моменту (активному или реактивному), приложенному в этом сечении.

Отметим, что правила 3, 4 применимы и для крайних сечений, если условно принять, что за пределами балки внутренние усилия равны нулю. Из правила 5 вытекает равенство нулю поперечной силы на свободном конце балки, не нагруженном вертикальной сосредоточенной силой. Из правила 6 следует, что если конец балки является свободным или шарнирно опертым и в его сечении не приложен внешний момент, то изгибающий момент в данном сечении будет равен нулю.

Некоторые из этих положений используются в настоящих указаниях уже при построении эпюр.

### **Задача 1.**

Требуется определить реакции опор и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для двухопорной балки (рисунок 2.4) при следующих значениях внешних нагрузок:  $P=30$  кН,  $M=8$  кН м,  $q=4$  кН/м.

**Решение.**

**Определение реакций опор.** Мысленно отбрасываем опорные связи  $A$  и  $B$  с помощью разрезов, заменяя связи соответствующими реакциями. В общем случае в неподвижном шарнире  $A$  можно рассматривать реакции  $X_A$  и  $Y_A$ , в шарнирно-подвижной опоре  $B$  – реакцию  $R_B$ . На данную балку не действуют силы, имеющие ненулевые составляющие по горизонтальной оси  $Az$ . Поэтому  $X_A = 0$ . Первоначально полагаем, что реакции  $Y_A$  и  $R_B$  направлены вверх. Фактические направления реакций можно в итоге определить по знакам полученных для них величин. Если знак получается положительным, то направление реакции выбрано правильно, отрицательным – направление реакции следует поменять на противоположное.

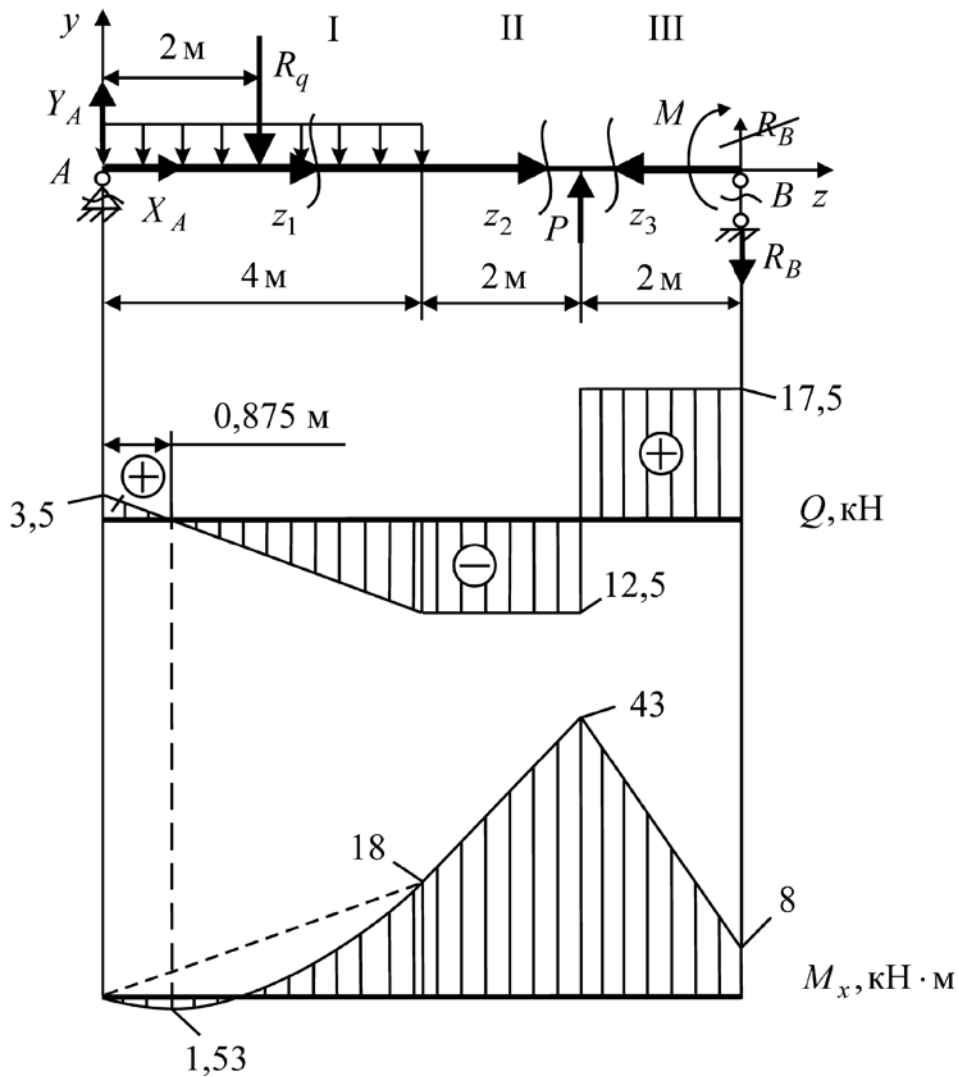


Рисунок 2.4 – Двухопорная балка



При определении реакций заменим равномерно распределенную нагрузку ее равнодействующей  $R_q$ , которую следует приложить посередине участка действия этой нагрузки. Значение

$$R_q = q \cdot 4 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ кН.}$$

Для нахождения реакции  $Y_A$  составим уравнение равновесия балки, приравняв нулю сумму моментов всех приложенных к ней сил относительно точки  $B$ . При этом будем иметь одно уравнение с одним неизвестным  $Y_A$ :

$$\sum M_B = Y_A \cdot 8 - R_q \cdot 6 + P \cdot 2 + M = 0,$$

откуда получим

$$Y_A = \frac{6R_q - 2P - M}{8} = \frac{16 \cdot 6 - 30 \cdot 2 - 8}{8} = 3,5 \text{ кН.}$$

Аналогично находим реакцию  $R_B$ , рассмотрев сумму моментов всех сил относительно точки  $A$ :

$$\sum M_A = R_q \cdot 2 - P \cdot 6 + M_B - R_B \cdot 8 = 0;$$

$$R_B = \frac{2R_q - 6P + M_B}{8} = \frac{2 \cdot 16 - 30 \cdot 6 + 8}{8} = -17,5 \text{ кН.}$$

Так как реакция  $R_B$  получилась отрицательной, зачеркнем на рисунке 2.4 ее первоначальное изображение и направим вниз. При этом значение реакции уже должно приниматься положительным:  $R_B = 17,5 \text{ кН}$ .

Проверим правильность определения реакций опор, вычислив сумму проекций всех сил на ось  $Oy$ :

$$\sum Y = Y_A - R_q + P - R_B = 3,5 - 16 + 30 - 17,5 = 0.$$

Разделим балку на три участка (I, II и III), для каждого из которых внутренние силы можно представить в виде одного простого аналитического выражения. Обычно границами таких участков являются внешние и внутренние связи, сосредоточенные силы, границы распределенных нагрузок. Удобно при построении эпюр для двухопорной балки часть участков проходить, двигаясь от левой опоры, а часть – от правой опоры. Будем двигаться на участках I и II слева направо, на участке III – справа налево. Введем местные оси  $z_1, z_2, z_3$ , связанные с этими участками. Каждая координата  $z_i$  отсчитывается от начала участка до некоторого текущего сечения. Отметим, что начальное сечение участка зависит от направления движения.

Запишем уравнения, выражающие зависимости поперечных сил и изгибающих моментов от координат  $z_i$ , и построим эпюры этих усилий.

### Поперечные силы

**Участок I.** В соответствии с формулой (2.1) и рисунком 2.4 имеем

$$Q = R_A - qz_1 = 3,5 - 4z_1.$$

Получено уравнение прямой линии. Определим значения ординат этой прямой в начале и конце участка:

$$Q(0) = 3,5 \text{ кН}; \quad Q(4) = 3,5 - 4 \cdot 4 = -12,5 \text{ кН}.$$

Найдем положение сечения, в котором поперечная сила равна нулю, а изгибающий момент, согласно второму правилу проверки, имеет экстремум:

$$Q = 3,5 - 4z_{1\text{экс}} = 0; \quad z_{1\text{экс}} = \frac{3,5}{4} = 0,875 \text{ м}.$$

**Участок II.** При определении внутренних усилий за пределами участка, на котором действует распределенная внешняя нагрузка, можно рассматривать ее равнодействующую.

Тогда

$$Q = Y_A - R_q = 3,5 - 16 = -12,5 \text{ кН}.$$

**Участок III.** Как уже было отмечено, для этого участка движение будем осуществлять справа налево. Используем формулу (2.2):

$$Q = -(-R_B) = R_B = 17,5 \text{ кН}.$$

Строим эпюру поперечных сил (см. рисунок 2.4). Как нетрудно заметить, эта эпюра удовлетворяет правилам проверки 1-3, 5.

### Изгибающие моменты

**Участок I.** Прежде чем рассматривать изгибающий момент на этом участке, выведем для представленной на рисунке 2.5 схемы формулу, позволяющую определить момент в текущем сечении участка от действия равномерно распределенной нагрузки  $q$ . На основании формулы 2.3 можно записать

$$M_x = -R_{q\text{лев}} \frac{z_1}{2} = -qz_1 \frac{z_1}{2} = -\frac{qz_1^2}{2}, \quad (2.5)$$

где  $R_{q\text{лев}}$  – равнодействующая распределенной нагрузки, приложенной слева от текущего сечения.

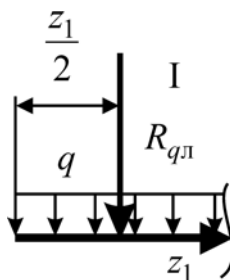


Рисунок 2.5 – Распределенная нагрузка на участке I

Для общего случая действия на балку равномерно распределенной нагрузки формулу (2.5) представим таким образом:

$$M_x = \pm \frac{qz^2}{2}, \quad (2.6)$$

где знак зависит от направления действия нагрузки и расположения сечения.

Используя зависимости (1.3) и (2.6), запишем

$$M_x = Y_A z_1 - \frac{qz_1^2}{2} = 3,5z_1 - \frac{4z_1^2}{2}.$$

Определим величины изгибающего момента на концах участка и в сечении, где он принимает экстремальное значение:

$$M_x(0) = 0;$$

$$M_x(4) = 3,5 \cdot 4 - 4 \frac{4^2}{2} = -18 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экс}}(4) = 3,5 \cdot 0,875 - 4 \frac{0,875^2}{2} = -1,53 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

#### **Участок II.**

$$M_x = Y_A(4 + z_2) - R_q(2 + z_2) = 3,5(4 + z_2) - 16(2 + z_2).$$

Отметим, что начинающим расчетчикам после записи выражения для усилия не рекомендуется злоупотреблять алгебраическими преобразованиями, упрощающими его вид. Это позволит избежать ошибок, связанных с выполнением таких действий.

$$M_x(0) = 3,5 \cdot 2 - 16 \cdot 2 = -18 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x(2) = 3,5(4 + 2) - 16(2 + 2) = -43 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

#### **Участок III.**

$$M_x = -(R_B z_4 + M) = -17,5z_4 - 8;$$

$$M_x(0) = -8 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x(2) = -17,5 \cdot 2 - 8 = -43 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Далее на основании полученных ординат строим эпюру изгибающих моментов. При этом для первого участка парабола вырисовывается схематично по трем полученным значениям.

Итоговая эпюра изгибающих моментов полностью удовлетворяет правилам проверки.

**Задача 2.**

Для консольной балки (рисунок 2.6) требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов при следующих значениях внешних нагрузок:  $P=20$  кН,  $M=100$  кН м,  $q=10$  кН/м.

При расчете консольной балки можно не определять реакции в заделке, двигаясь со свободного конца стержня. Разделим балку на участки и введем местные оси  $z_i$ . Далее получим ординаты для построения эпюр внутренних усилий.

**Решение.****Поперечные силы****Участок I.**

$$Q = -(-P) = 20 \text{ кН.}$$

**Участок II.**

$$Q = -(-P - qz_2) = 20 + 10z_2;$$

$$Q(0) = 20 \text{ кН;}$$

$$Q(3) = 20 + 10 \cdot 3 = 50 \text{ кН.}$$

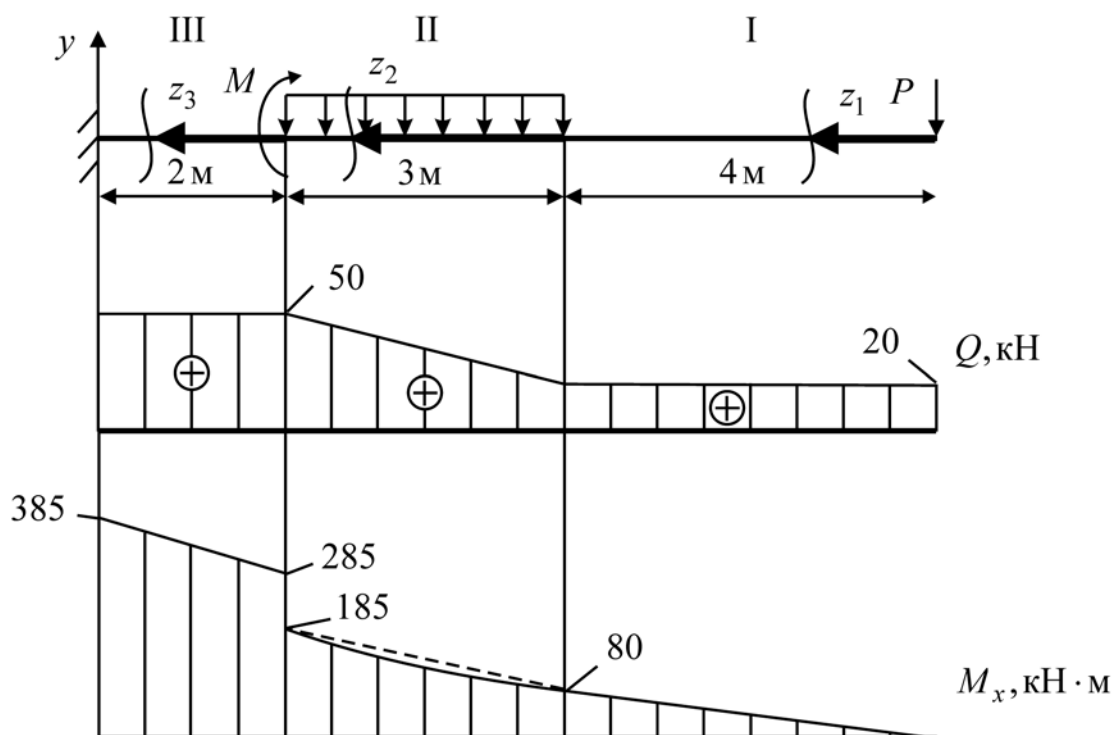


Рисунок 2.6 – Консольная балка

**Участок III.**

Равнодействующая распределенной нагрузки

$$R_q = q \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ кН.}$$

Тогда для третьего участка можно записать

$$Q = -(-P - R_q) = 20 + 30 = 50 \text{ кН}.$$

### Изгибающие моменты

#### Участок I.

$$M_x = -(Pz_1) = -20z_1;$$

$$M_x(0) = 0;$$

$$M_x(4) = -20 \cdot 4 = -80 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

#### Участок II.

$$M_x = -\left( P(4 + z_2) + \frac{qz_2^2}{2} \right) = -20(4 + z_2) - \frac{10z_2^2}{2};$$

$$M_x(0) = -20 \cdot 4 = -80 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x(3) = -20(4 + 3) - \frac{10 \cdot 3^2}{2} = -185 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

#### Участок III.

$$M_x = -(P(7 + z_3) + R_q(1,5 + z_3) + M) = -20(7 + z_3) - 30(1,5 + z_3) - 100;$$

$$M_x(0) = -20 \cdot 7 - 30 \cdot 1,5 - 100 = -285 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x(2) = -20(7 + 2) - 30(1,5 + 2) - 100 = -385 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Соответствующие эпюры представлены на рисунке 2.6. Отметим, что в данном случае на участке II, где действует распределенная нагрузка, отсутствует экстремум. Параболу на этом участке можно приближенно построить по двум точкам и известному направлению выпуклости кривой.

## 3 ПРОВЕДЕНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Можно рекомендовать тематический план выполнения лабораторных работ, приведенный в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Тематический план лабораторных работ

№ лаборатор. работы	Тема, содержание работы
1	2
1	Машины и приборы для испытания образцов Машины для испытания на растяжение,

Продолжение таблицы 3.1

1	2
	сжатие и изгиб УММ-5, УММ-50. Машина для испытания на кручение КМ-50. Машина для испытания на растяжение РМ-0,5. Лабораторный стол. Тензодатчики. Индикаторы перемещений часового типа.
2	<i>Испытание на растяжение образца из мало-углеродистой конструкционной стали</i> Испытание образца, изготовленного из мало-углеродистой стали на растяжение. Построение диаграммы. Определение основных механических характеристик материала.
3	<i>Испытание различных материалов на сжатие</i> Испытание образцов, изготовленных из стали, чугуна и древесины на сжатие. Построение диаграмм. Определение пределов прочности и текучести.
4	<i>Определение модуля упругости и коэффициента Пуассона</i> Испытание образца, изготовленного из стали, на растяжение. Определение линейных продольных и поперечных деформаций. Определение модуля упругости первого рода и коэффициента Пуассона. Сравнение полученных результатов со справочными данными.
5	<i>Кручение стержня круглого поперечного сечения</i> Испытание образца трубчатого поперечного сечения, изготовленного из стали, на кручение. Определение модуля упругости второго рода. Сравнение полученных данных со справочными.
6	<i>Испытание двутавровой балки на изгиб</i> Испытание образца двутаврового поперечного сечения, изготовленного из стали, на чистый изгиб. Определение напряжений по высоте сечения и перемещений на оси симметрии в балке. Сравнение теоретических и экспериментальных данных.

Продолжение таблицы 3.1

1	2
7	<p><i>Испытание стержня на внецентренное растяжение</i> Испытания образца прямоугольного поперечного сечения при внецентренно приложенной продольной силе. Сравнение напряжений в образце, найденных теоретически и экспериментально.</p>
8	<p><i>Определение перемещений при косом изгибе</i> Выполнение эксперимента по определению величины и направления перемещения свободного конца консольной балки при косом изгибе. Сравнение полученных эмпирических данных с результатами расчета.</p>
9	<p><i>Испытание стального образца на ударную вязкость</i> Экспериментальное определение максимального перемещения при падении груза на консольную балку. Сравнение эмпирических данных с результатами расчета.</p>
10	<p><i>Испытание центрально сжатых стержней большой гибкости на устойчивость</i> Испытание образцов, изготовленных из древесины и оргстекла, на центральное сжатие. Исследование потери устойчивости. Сравнение теоретических и экспериментальных данных.</p>
11	<p><i>Испытание балки при ударном приложении нагрузки</i> Выполнение эксперимента по определению величины прогиба свободного конца консольной балки при статическом, внезапном и ударном нагружении. Сравнение теоретических и экспериментальных данных.</p>
12	<p><i>Исследование деформаций стержневых систем с помощью промышленных пакетов прикладных программ</i> Анализ напряженно-деформированного состояния плоской рамы. Подготовка исходной информации об исследуемом объекте. Постпроцессорная обработка результатов расчета.</p>

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ. ПРОВЕДЕНИЕ РПР

Подготовка к лекциям

Подготовка к практическим занятиям

Подготовка к лабораторным занятиям

Выполнение РГР

Подготовка к экзамену

Таблица 4.1 – Тематика выполнения РПР

№	Тема и содержание РПР
1	2
1	<i>Построение эпюр внутренних силовых факторов в стержнях</i> Построение эпюр внутренних силовых факторов в стержне при центральном растяжении-сжатии, кручении и плоском изгибе.



Продолжение таблицы 4.1

1	2
2	<i>Геометрические характеристики плоских сечений</i> Определение геометрических характеристик для составного сечения стержня.
3	<i>Расчеты на прочность</i> Проектировочные и проверочные расчеты на прочность стержней при центральном растяжении-сжатии, кручении и плоском изгибе и плоской рамы. Построение эпюры нормальных напряжений в наиболее опасном сечении рамы. Построение эпюры продольных перемещений при центральном растяжении-сжатии стержня.
4	<i>Расчет стержневых изгибаемых конструкций на прочность и жесткость</i> Проектировочные и проверочные расчеты на прочность двухопорной балки, сочлененной балки и плоской рамы. Определение перемещений в сечениях балок и рамы с помощью интеграла Мора.
5	<i>Сложное сопротивление</i> Расчет на прочность и жесткость при косом изгибе. Оценка прочности внецентренно сжатого столба. Расчет на прочность и жесткость плоской рамы при действии сил, перпендикулярных ее плоскости.
6	<i>Устойчивость центрально-сжатых стержней</i> Подбор параметров поперечного сечения стержня по заданной схеме закрепления, типу поперечного сечения, длине и действующей продольной силе. Выполнение проверочного расчета стержня по заданной схеме закрепления, типу и параметрам поперечного сечения, длине и действующей силе.

Для снижения трудоемкости РПР 3 целесообразно в данной работе выдавать те же схемы стержней, что и в РПР 1. При этом можно предоставлять студентам для временного использования зачетную первую работу.

## 4 РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ТЕСТОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

### **Входной и промежуточный контроль знаний**

На кафедре механики разработаны компьютерные тесты, которые позволяют контролировать усвоение теоретического материала и навыков построения эпюр внутренних усилий в простых балках. Можно рекомендовать использование этих тестов при входном контроле, защите лабораторных работ, проведении отдельных контрольных работ, для самостоятельной подготовки студентов.

### **Использование компьютерных технологий при проверке правильности выполнения РПР**

На кафедре разработана эффективная Интернет-система для проверки правильности решения задач РПР. К настоящему времени широко используется проверка для задачи в РПР 2 и задачи о внецентренном сжатии столба в РПР 5. Студент может самостоятельно проверять через Интернет результаты расчетов. При этом общее число обращений к системе по одной задаче ограничено. Установлено ограничение и по числу обращений в день. Преподаватель имеет возможность готовить с помощью этой программы задания для решения задач, контролировать результаты проверок, получать информацию о числе проверок, просматривать результаты правильного решения. Данная система способствует существенному повышению качества выполнения РПР, позволяет автоматизировать ряд аспектов работы преподавателя, повышает интерес студентов к курсу сопротивления материалов. Дополнительной возможностью этой системы является Интернет-проверка знаний студентов по теме РПР. Однако такая проверка не может заменить защиты РПР, которую преподаватель должен проводить при непосредственном общении со студентами.

**Подготовка к проверке остаточных знаний.** На кафедре *в обязательном порядке* проводится контроль успеваемости студентов на основе тестов, предназначенных для проверки остаточных знаний. Без прохождения данного тестирования студенты не могут допускаться к сдаче зачетов и экзаменов. Целесообразно контролировать знания студентов по простым деформациям в конце третьего семестра и выдавать тесты в целом – в конце четвертого семестра. Такие тесты имеются на бумажных носителях. Кроме того, теоретические вопросы этих тестов включены в кафедральную систему компьютерного тестирования.

## 5 УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Значительное внимание при проведении УИРС следует уделить подготовке хорошо успевающих студентов к олимпиадам. Ежегодно кафедра организует внутривузовскую олимпиаду по сопротивлению материалов и участвует в организации городской олимпиады. К сожалению, решение нестандартных задач на практических занятиях ограничено недостаточно высоким уровнем подготовки большей части студентов. Поэтому рассмотрение таких задач следует в значительной степени вынести на консультации. Кроме того, можно предложить некоторым студентам обучаться по индивидуальному плану, заменив часть стандартных задач РПР на задачи повышенной сложности. В качестве стимула успешного выступления студента на олимпиадах обычно практикуется освобождение от сдачи экзамена или зачета.

Другим важным направлением УИРС является использование при выполнении РПР компьютерных технологий. Можно предложить студентам дополнить решение задач РПР анализом соответствующих объектов с помощью одного из промышленных пакетов прикладных программ. Такой дополнительный расчет позволяет как проверить решение, полученное с помощью обычных подходов сопротивления материалов, так и получить дополнительную информацию о напряженно-деформированном состоянии рассматриваемых конструкций.

**Тематика НИРС** отражает научные интересы преподавателя. Особое внимание следует уделить совместным публикациям со студентами и подготовке работ на конкурсы научных работ студентов различных уровней. Целесообразно также подключать студентов к выполнению госбюджетных и хозяйственных НИР.

