



**Негосударственное частное образовательное учреждение
высшего образования
«Технический университет УГМК»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
КИНЕМАТИКА**

Направление подготовки	35.03.02 Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств
Направленность (профиль)	Машины и технологии лесопромышленных производств и транспортных процессов
Уровень высшего образования	Бакалавриат

Методические указания по дисциплине одобрены на заседании Методического совета университета «25» января 2024 г., протокол № 3.

Председатель Методического совета университета



Т.В. Гурская

Тема 1. Кинематика точки. Определение кинематических характеристик движения точки при координатном способе задания движения. (Случай движения точки на плоскости)

Порядок решения задач.

1. По заданным уравнениям движения точки найти уравнение траектории, для чего исключить параметр t из уравнений движения. Нарисовать в масштабе траекторию точки в координатных осях.
2. Для заданного момента времени найти положение точки на траектории, для чего подставить в уравнения движения заданный момент времени, получив координаты точки M . Точку M показать на траектории.
3. Найти скорость точки в проекции на координатные оси, для чего взять первые производные от уравнений движения точки и подставить туда заданный момент времени. Получившиеся векторы показать на рисунке, отложив их в масштабе с учетом знаков из точки M . Найти скорость точки как геометрическую сумму векторов $V_M = V_{Mx} + V_{My}$. Модуль скорости V_M найти по теореме Пифагора.
4. Аналогично найти ускорение точки: взять вторые производные от уравнений движения точки, подставить туда заданный момент времени и отложить получившиеся векторы в масштабе с учетом знаков из точки M . Найти ускорение точки как векторную сумму $\vec{a}_M = \vec{a}_{Mx} + \vec{a}_{My}$. Модуль ускорения a_M найти по теореме Пифагора.
5. Провести из точки M касательную τ и нормаль n , при этом учесть, что касательная направлена по вектору V_M , а нормаль $n \perp \tau$ и направлена в сторону вогнутости траектории.

6. Разложить вектор \vec{a}_M по направлению касательной и нормали, получив таким образом векторы \vec{a}_M^τ и \vec{a}_M^n .
7. Найти модули векторов \vec{a}_M^τ и \vec{a}_M^n по формулам:

$$a_M^\tau = \frac{dV_M}{dt} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}; \quad a_M^n = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 - a_M^{\tau 2}}.$$

8. Найти радиус кривизны траектории в точке М, используя формулу:

$$\rho = \frac{V_M^2}{a_M^n}.$$

Показать ρ на рисунке, направив его из точки М по нормали n .

Тема 2. Кинематика точки. Определение кинематических характеристик движения точки при естественном способе задания движения. (Случай движения точки на плоскости)

Порядок решения задач.

1. Нарисовать заданную траекторию движения точки. Выбрать начало отсчета времени и перемещения.
2. Показать на траектории точку М в текущем положении, указав известные по условию задачи направления скорости V и ускорения a . При этом учесть, что в случае криволинейного движения точки ускорение определяется двумя составляющими – касательной и нормальной.
3. Определить искомые величины, учитывая вид движения точки:
 - 1) для равномерного прямолинейного движения:

$$V = \text{const},$$

$$a = 0,$$

$$S = S_0 + Vt.$$
 - 2) для равномерного криволинейного движения:

$$V = \text{const},$$

$$a_\tau = 0, \quad a_n = V^2/\rho,$$

$$S = S_0 + Vt.$$
 - 3) для равнопеременного прямолинейного движения:

$$a = \text{const},$$

$$V = V_0 + at,$$

$$S = S_0 + V_0 t + at^2/2.$$

4) для равнопеременного криволинейного движения:

$$a_\tau = \text{const},$$

$$V = V_0 + a_\tau t, \quad a_n = V^2/\rho,$$

$$S = S_0 + V_0 t + a_\tau t^2/2.$$

Тема 3. Вращательное движение твердого тела.

Порядок решения задач.

1. Нарисовать рисунок. Показать направление угловой скорости ω и углового ускорения ε тела.
2. Для определения кинематических характеристик вращательного движения тела использовать следующие группы формул:

1) для равномерного вращательного движения:

$$\omega = \text{const},$$

$$\varepsilon = 0,$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

3) для равнопеременного вращательного движения:

$$\varepsilon = \text{const},$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2.$$

3. Для определения кинематических характеристик точки М, принадлежащей вращающемуся телу и лежащей на расстоянии R от оси вращения, использовать следующие формулы:

$$\vec{V}_M = \omega R, \quad \vec{V}_M \perp R, \text{ направление согласовано с направлением } \omega;$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_M^\tau + \vec{a}_M^n,$$

$$\vec{a}_M^\tau = \varepsilon R, \quad \vec{a}_M^\tau \perp R, \text{ направление согласовано с направлением } \varepsilon;$$

$$\vec{a}_M^n = \omega^2 R, \quad \vec{a}_M^n \text{ направлении из точки М к оси вращения.}$$

$$a_M = \sqrt{(a_M^\tau)^2 + (a_M^n)^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Тема 4. Определение абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки при сложном движении.

Порядок решения задач.

1. Нарисовать рисунок.
2. Выделить относительное и переносное движение точки.
3. Для заданного момента времени t_1 определить положение точки на относительной траектории.
4. Не принимая во внимание переносное движение, определить относительную скорость V_r и относительное ускорение a_r точки:

- 1) для прямолинейного относительного движения:

$$V_r = dS_r / dt,$$

$$a_r = dV_r / dt,$$

- 2) для криволинейного относительного движения:

$$V_r = dS_r / dt,$$

$$a_r = a_r^{\tau} + a_r^n,$$

$$a_r^{\tau} = dV_r / dt,$$

$$a_r^n = V_r^2 / \rho, \text{ где } \rho - \text{ радиус кривизны относительной траектории.}$$

Все векторы построить на рисунке.

5. Не принимая во внимание относительной движение точки, найти скорость V_e и ускорение a_e точки в переносном движении:

- 1) для поступательного переносного движения:

$$V_e = dS_e / dt,$$

$$a_e = dV_e / dt.$$

- 2) для вращательного переносного движения:

$$V_e = \omega_e R_e, \text{ где } R_e - \text{ радиус кривизны траектории точки в переносном движении.}$$

$$a_e = a_e^{\tau} + a_e^n,$$

$$a_e^{\tau} = \varepsilon_e R_e,$$

$$a_e^n = \omega_e^2 R_e.$$

Все векторы построить на рисунке.

6. Для случая вращательного переносного движения найти и построить вектор кориолисова ускорения a_c точки:

$a_C = 2V_r\omega_e \sin(V_r, \vec{\omega}_e)$; чтобы получить направление вектора \vec{a}_C надо вектор относительной скорости V_r спроецировать на плоскость, перпендикулярную вектору ω_e и полученную проекцию повернуть на 90° по направлению вращения.

7. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки по формулам:

$$V_a = V_r + V_e, \quad \vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

для чего выбрать координатные оси, спроецировать на них данные векторные равенства и найти величины \vec{V}_a и \vec{a}_a по формулам:

$$V_a = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \quad a_a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Тема 5. Определение скорости и ускорения точек при плоскопараллельном движении тела.

Порядок решения задач.

1. Нарисовать рисунок.
2. Показать векторы скоростей точек с известными линиями действия (скорость любой точки кривошипа перпендикулярна кривошипу, скорость ползуна направлена вдоль направляющих ползуна, скорость центра колеса направлена параллельно плоскости, по которой движется колесо).
3. Найти скорость точки А, принадлежащей телу с заданными кинематическими характеристиками.
4. Построить мгновенный центр скоростей тела Р, восстановив перпендикуляры к скоростям двух точек тела – А и В.
5. Найти расстояния точек до мгновенного центра скоростей – РА и РВ.
6. Найти угловую скорость тела ω , разделив модуль известной скорости V_A на расстояние РА.
7. Используя формулу

$$\omega = \frac{V_A}{PA} = \frac{V_B}{PB},$$
 найти скорость в точке В.

8. По заданным кинематическим характеристикам найти ускорение в точке А.

9. Взяв за полюс точку А, найти ускорение точки В по формуле:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^\tau, \quad (1)$$

где $a_{BA}^n = \omega^2 BA$, вектор направлен из точки В к полюсу А,

$a_{BA}^\tau = \varepsilon \cdot BA$, вектор направлен из точки В перпендикулярно к

ВА.

10. Выбрать координатные оси и спроецировать на них векторное равенство (1).

11. Решить получившуюся систему двух уравнений с двумя неизвестными a_B и a_{BA}^τ .

12. Найти угловое ускорение тела ε по формуле: $\varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{BA}$.